Année Scolaire
2023 -2024
Prof. : **M. TEHUA**
0546234613

TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES
***THEME** : Isométries (Déplacement et Antidéplacement) « **vol (2)** »*
***NIVEAU** : Terminale C & E*
***Prof** :*
***Email**:*

EXERCICE 1

Soit ABCD un carré de sens direct et O son Centre

1)- Soit **r** la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$; determiner **r**(A) , **r**(B) et **r**(C).

2)-Soient I et J les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

a)-Montrer que **r**(I) = J

b)-Montrer que le triangle OIJ isocèle rectangle.

EXERCICE 2

Dans le plan orienté ($\mathcal{P}$), on considère un triangle équilatéral ABC tel $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et ABCD un losange, On désigne par $\boldsymbol{r_1}$ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par $\boldsymbol{r_2}$ la rotation de centre B et d'angle $\frac{2\pi}{3}$. Soit M un point de ($\mathcal{P}$), on pose N = $\boldsymbol{r_1}$(M) et M'= $\boldsymbol{r_2}$(N).

Soit $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_2} \circ \boldsymbol{r_1}$

1) –a)-Soit D = $\boldsymbol{S_{(AB)}}$(c), Déterminer **r**(D) et **r**(B).

b)-Montrer que **r** est la symétrie centrale de cantre Ω = B*D.

c)-Montrer que Ω = M*M'.

2)-a)-Montrer que le triangle AMN est équilatéral. On suppose que M, N et M'sont alignés.

b)-Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{M\Omega}, \overrightarrow{MA}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

EXERCICE 3

Le plan est orienté, considérons un triangle ABC rectangle en A tel que AC=2AB.On désigne par K le projeté orthogonal de A sur la droite (BC) et I l'image de K par la symétrie orthogonale $\boldsymbol{S_1}$ d'axe (AB) et J l'image de K parla symétrie orthogonale $\boldsymbol{S_2}$ d'axe (AC).

1)-Montrer que (BI)⊥ (AI) et que (CJ) ⊥(AJ).

2)-Préciser la nature de la composée $\boldsymbol{S_2} \circ \boldsymbol{S_1}$ puis prouver que A est le milieu du segment [IJ].

3)-Montrer que CJ=IJ. (Penser à calculer $\tan\theta$, où θ est une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CK}})$).

EXERCICE 4

Dans le plan orienté, on considère deux points distincts A et B. On note $\boldsymbol{r_A}$ et $\boldsymbol{r_B}$ les rotations de centres respectifs A et B et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$.Pour tout point M du plan, on note $M_1 et\ M_2$ les images respectives de M par $\boldsymbol{r_A}$ et $\boldsymbol{r_B}$.

1)-On considère l'application **t**=$\boldsymbol{r_B} \circ \boldsymbol{r_A^{-1}}$

a)-Construire le point C image de A par **t.**

b)-Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de **t.**

c)-En déduire la nature du quadrilatéral M_1, M_2,C et A.

2)-On suppose que le point M décrit le cercle (**Γ**) de diamètre [AB].

a)-Déterminer et construire ($\boldsymbol{\Gamma_2}$) decrit par le point , M_2 quand M décrit (**Γ**).

b)-Soit ω_1=A*B et ω_2=B*C ; Comparer les vecteurs $\overrightarrow{\omega_1\omega_2}$=$\overrightarrow{AC}$.

c)-Déterminer l'ensemble décrit par le point I milieu de $[M_1M_2]$ quand M décrit (**Γ**).

EXERCICE 5

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC de sens direct. On note A',B'et C' les milieux respectifs des cotés [BC], [CA] et [AB]

1)-Construire les points M et N tels que :

MA=MC et $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$., NA=NB et $\left(\widehat{\overrightarrow{NB},\overrightarrow{NA}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

2) a)-Démontrer que MB'=A'C' et que NC'=A'B'

b)-En déduire qu'il existe une rotation unique **r** telle que **r**(M)=A' et **r**(B')=C' déterminer l'angle de **r**.

3) a)-Démontrer que **r**(A') =N.

b)-Quelle est la nature de l'application ($\boldsymbol{r} \circ \boldsymbol{r}$)? En déduire le centre de **r.**

c)-Quelle est la nature du triangle MA'N ?

EXERCICE 6

On considère dans le plan orienté, un triangle isocèle tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.On designe par **r** la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et **t** la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1)-Déterminer la nature et les éléments caractéristique ($\boldsymbol{r} \circ \boldsymbol{t}$) et ($\boldsymbol{t} \circ \boldsymbol{r}$).

2)-Soit M un point du plan on pose : $M_1 = \boldsymbol{r} \circ \boldsymbol{t}$(M) et $M_2 = \boldsymbol{t} \circ \boldsymbol{r}$(M)

Quelle est la nature du quadrilatéral B, C, M_1et M_2?

EXERCICE 7

Soit ABC un triangle quelconque de sens direct. On construit à l'extérieure de ce triangle, les triangles ARB, BPC et CQA isocèles rectangles respectivement en R, P et Q

1) a)-Soit I= A*B et $\boldsymbol{r_P} = \mathbf{r}(P, \frac{\pi}{2})$, $\boldsymbol{r_Q} = \mathbf{r}(Q, \frac{\pi}{2})$ .Montrer que $\boldsymbol{r_P} \circ \boldsymbol{r_Q} = \boldsymbol{S_I}$

   b)-En déduire que IPQ est un triangle rectangle isocèle.

2)- Soit J=A*C et K=B*C on pose $\boldsymbol{r_R} = \mathbf{r}(R, \frac{\pi}{2})$;

   a)-Montrer que $\boldsymbol{r_Q} \circ \boldsymbol{r_R} = \boldsymbol{S_K}$ et $\boldsymbol{r_R} \circ \boldsymbol{r_P} = \boldsymbol{S_J}$.

   b)-En déduire que KQR et JPR sont des triangles isocèles.

   c)-Démontrer que les droites (QB),(RC),et (AP) sont concourantes.

EXERCICE 8

Dans le plan orienté, ABC désigne un triangle isocèle de sommet principal A et vérifiant $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.Soit I le point d'intersection des bissectrices intérieurs du tringle ABC.

On note $\boldsymbol{r_A} = \mathbf{r}(A, \frac{\pi}{2})$ et $\boldsymbol{r_C} = \mathbf{r}(C, \frac{\pi}{4})$

1) a)-Construire le point A' image du point A par la rotation $\boldsymbol{r_C}$.

   b)-Donner la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{r_C} \circ \boldsymbol{r_A}$.

   c)-Montrer que IA'=IA et que (IA')∥(AB)

2)- La droite (CI) coupe (AB) en E, les droites (A'E) et (BI) se coupe en K, on désigne par

   $\boldsymbol{h_C}$:l'homothétie de centre C et de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$

   $\boldsymbol{h_k}$:l'homothétie de centre K et de rapport $-\sqrt{2}$

   a)-Déterminer $\boldsymbol{h_C}$(B) $\boldsymbol{h_C}$(E) et déduire que $\overrightarrow{BE} = -\sqrt{2}\ \overrightarrow{IA'}$

   b)-Déterminer $\boldsymbol{h_k} \circ \boldsymbol{h_C}$(B)

3)-Donner la nature $(\boldsymbol{h_k} \circ \boldsymbol{h_C})$ et ses éléments caractéristiques. En déduire que C,K,et M sont alignés ou M=E*B.

EXERCICE 9

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC de sens direct. On construit à l'extérieur de ce triangle les carrés ABDE et ACFG, ainsi que le parallélogramme AGKE. On désigne par M=B*C et H le projeté orthogonal de A sur (BC).

1) a)- Montrer qu'il existe un déplacement **f** dont on déterminera ses éléments caractéristiques transformant le triangle ABC en le triangle GKA.

   b)- Montrer que les points H, A, K sont alignés.

   c)- Montrer que les droites (AM)⊥ (EG).

2) a)- Montrer que FB=CK

b)- Donner une mésure de l'angle$(\widehat{\overrightarrow{FB},\overrightarrow{CK}})$

3) a)- Montrer qu'il existe un déplacement **g** qui transforme le triangle ABC en un triangle EAK dont on déterminera ses éléments caractéristiques.

b)- Prouver que DC=BK et donner une mesure de l'angle ($(\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BK}})$

4)- Montrer que les droites (AK), (BF) et (CD) sont concourantes.

EXERCICE 10

OAB un triangle isocèle de sens direct tel que OA=AB et P un point du segment [AB] distinct, de A et de B.
La parallèle a (OB) passant par P coupe (OA) en A'.
La parallèle a (OA) passant par P coupe (OB) en B'.
1)-justifier l'existence d'une rotation **r** tels que **r**(O)=B et **r**(A)=O.
2)-Déterminer r(A') et le centre Ω de la rotation **r**.
3)-Démontrer que O , A', B', Ω sont cocycliques.

EXERCICE 11

On donne dans le plan ($\mathcal{P}$) un triangle isocèle OO'A avec $(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AO'}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Les cercles ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}$ ') passant par A et de centres respectifs O et O' se coupent en B. A tout point M de ($\mathcal{C}$) on associe le point M' de ($\mathcal{C}$ ') tel qu'une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{O'M'}}) \equiv -\frac{\pi}{2}(2\pi)$.
1)- Montrer qu'il existe une rotation **r**, que l'on caractérisera, transformant O en O' et M en M'.
2)- M ≠ B, les droites (BM) et (BM') recoupent respectivement ($\mathcal{C}$ ') en N' et ($\mathcal{C}$) en N.
Montrer que **r**(N)=N'.

EXERCICE 12

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que:$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ et AB<AC.
On désigne par ($\mathcal{C}$) le cercle circonscrit au triangle ABC et O son centre. Soit E le milieu du segment [BC] et P le point de [AC] tel que AB=CP. La droite (OE) coupe ($\mathcal{C}$) en I et J, tels que J et A soient sur le même arc [BC] du cercle ($\mathcal{C}$).
1) a)-Faire une figure.

b)- Trouver l'ensemble des points M du plan tel que : $(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$.

c)- Trouver l'ensemble des points M du plan tel que : $(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$ et MB<MC.

2) a)- Justifier qu'il existe une unique rotation **r** telle que **r**(A)=P et **r**(B)=Déterminer son angle.

b)-Démontrer que le centre de **r** est un point de ($\mathcal{C}$) que l'on précisera.

c)- Quelle est la nature du triangle JAP ?

3)-Déterminer l'image de B par la composée **r** °$\boldsymbol{s_B}$ ou $\boldsymbol{s_B}$ désigne la symétrie de centre B. Donner la nature et les éléments caractéristiques de cette composée.

EXERCICE 13

Soient A, B, C trois points non alignés tel que le triangle ABC soit rectangle en A de sens direct. On désigne par $\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AB})}$, $\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BC})}$ et $\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{CA})}$, les symétries orthogonal d'axes respectifs (AB), (BC) et (CA) et **f** l'application ($\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BC})} \circ \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{CA})} \circ \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AB})}$).

1)- Montrer que **f** est un antidéplacement.

2)- Montrer que **f** est une symétrie glissante.

3)- Donner la forme réduite de **f**.

EXERCICE 14

Soit ABCD un carré de sens direct et de centre 0. Soit $\boldsymbol{f}$ l'antidéplacement qui transforme A en D et D en C

1)-Montrer que $\boldsymbol{f}$ symétrie glissante.

2)-Soit E = $\boldsymbol{f}$ (C)

a)-Montrer que DEC est un triangle rectangle isocèle en C.

b)-Construire le point E.

c)-Déterminer et construire l'image du point B par $\boldsymbol{f}$.

3)-Déterminer la forme réduite de **f**.

4)-Déterminer et caractériser l'application $\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AD})}$.

EXERCICE 15

Soit l'équation (**E**) :$Z^3 - (2 - 4i)Z^2$- (9 -10i)Z +18 +6i = 0

1) a)-Vérifier que 3 est une racine de (E).

b)-En déduire les deux autres solutions Z_1 et Z_2 avec (Z_1 étant la solution ayant une partie réelle positive)

2)-Le plan ($\boldsymbol{p}$) est rapporté à un repère orthonormé ($\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}$,). A,B et C sont trois points d'affixes respectives 3, Z_1 et Z_2.

a)-Montrer que OABC est un parallélogramme .

b)-Montrer qu'il existe un déplacement $\boldsymbol{f}$ et un antidéplacement **g** transformant O en B et A en C.

3)-Donner la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{f}$.

4)-Soit **S** la symétrie orthogonale d'axe (OA). Montrer que $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{S}$.

EXERCICE 16

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath},)$.
Soit **r** application de P → P qui a tout point M(*x*,*y*) associe M'(*x*',*y*') tel que :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x' = 1 - y} \\ \boldsymbol{y' = x} \end{cases}$$

1)-Montrer que **r** est une rotation dont on déterminera son centre et une mésure de son angle noté θ.
2)-Montrer que le triangle AM M'est rectangle isocèle.
3)-Soit $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{r} \circ \boldsymbol{S}_{(\Delta)}$ ou $(\boldsymbol{\Delta})$ est la droite d'équation x = 0 .Montrer que $\boldsymbol{f}$ est une symétrie glissante dont on précisera ses éléments caractéristiques.

EXERCICE 17

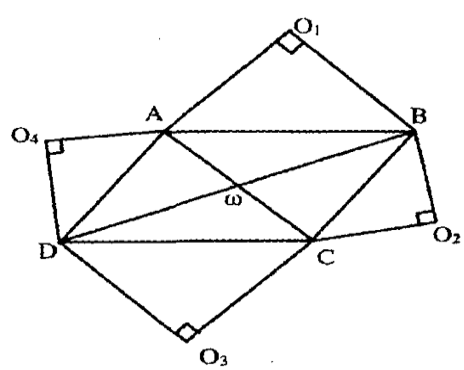
Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath},)$ on définit l'application $\boldsymbol{f}$ qui a tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe **Z'** = $-\boldsymbol{e}^{i\frac{2\pi}{3}}\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{i}$

1)-Montrer que $\boldsymbol{f}$ est une rotation dont on déterminera le centre de Ω et d'angle β.
2)-Soit la suite des points (M_n) pour tout $n \in IN$ définie par :

$$\begin{cases} M_o = 0 \\ M_{n+1} = \boldsymbol{f}(M_n) \end{cases}$$

a)-Soit Z_n l'affixe du point M_n et $\boldsymbol{Z_n} = \boldsymbol{Z_n} - \boldsymbol{e}^{i\frac{\pi}{6}}$**.** Montrer qu'il existe un unique nombre complexe **a** tel que pour tout $n \in IN$ on a : $\boldsymbol{Z_{n+1} = aZ_n}$.
b)-Trouver l'ensemble des entiers naturels **p** tel que $\boldsymbol{a^p} = 1$
c)-Calculer Z_n en fonction de n.Que vaut Z_{2000} ?

EXERCICE 18



Sur la figure ci-haut,ABCD est un parallélogramme de centre $\boldsymbol{\omega}$ et les triangles ABO_1,BCO_2,CDO_3, et DAO_4 sont les triangles isocèles de sommets principaux respectifs

O_1, O_2, O_3 et O_4.On suppose que le plan est orienté et que $\left(\widehat{\overrightarrow{O_1A}, \overrightarrow{O_1B}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.On désigne par $\boldsymbol{r_1}, \boldsymbol{r_2}, \boldsymbol{r_3}$ et $\boldsymbol{r_4}$ les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs O_1, O_2, O_3 et O_4.

1) a)-Déterminer ($\boldsymbol{r_2} \circ \boldsymbol{r_1}$(A)), ($\boldsymbol{r_3} \circ \boldsymbol{r_2}$(B)), et ($\boldsymbol{r_4} \circ \boldsymbol{r_3}$(C))

b)-Montrer que les applications ($\boldsymbol{r_2} \circ \boldsymbol{r_1}$), ($\boldsymbol{r_3} \circ \boldsymbol{r_2}$), et ($\boldsymbol{r_4} \circ \boldsymbol{r_3}$) sont toutes les trois égales à une même application que l'on déterminera et que l'on désignera par ***f***.

2) a)-Montrer que $\boldsymbol{r_3(r_2(O_1)) = r_2(O_1)}$ et déterminer ***f***(O_1).

b)-Montrer que ***f***(O_2) = O_4

c)-Quelle est la nature du quadrilatère O_1, O_2, O_3 et O_4 ?

3)-soit $\boldsymbol{\Delta}$ la médiatrice du segment [AB] et $\boldsymbol{S_{(\Delta)}}$ la symétrie orthogonale d'axe ($\boldsymbol{\Delta}$).

On $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{r_2} \circ \boldsymbol{S_\Delta}$

4) a)-Déterminer g(A) et g (O_1).

b)-Montrer que **g** n'est pas une symétrie axiale et en déduire la nature de **g**.

c)-Construire **$\boldsymbol{\omega}$' = g($\boldsymbol{\omega}$).** Déterminer les éléments caractéristiques de **g**.

EXERCICE 19

Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repéré orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath},)$. Soit ABCD un quadrilatère convexe de sens indirect a,b,c et d sont les affixes respectives des points A,B,C et D.On construit à l'extérieure du quadrilatère les triangles M_1AB, M_2BC, M_3CD et M_4AD rectangles isocèles respectivement en M_1, M_2, M_3 et M_4.

1)-Déterminer en fonction de a,b,c et d les affixes des points M_1, M_2, M_3 et M_4.

2) a)-Déterminer que $(M_1, M_3) \perp (M_2M_4)$

b)-Démontrer que $M_1M_3 = M_2M_4$.

EXERCICE 20

Soit ABC un triangle avec a, b et c les affixes respectives des points A, B et C

1)-Montrer que ABC est un triangle équilatéral de sens direct si et seulement s

(c-a) = $\boldsymbol{e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)}$

2)-Montrer que ABC est un triangle équilatéral de sens indirect si et seulement si

(c-a) = $\boldsymbol{e^{-i\frac{\pi}{3}}(b-a)}$

3)-Montrer que ABC est un triangle équilatéral si et seulement si

$\boldsymbol{a^2 + b^2 + c^2}$ **= ab + ac +bc**.

EXERCICE 21

Soit un triangle ABC quelconque, M=B*C. Les triangles sont dans le sens direct BAB 'et CAC 'sont rectangles et isocèles de sommet A, le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repéré orthonormé direct d'origine A dans lequel B et C ont pour affixes respectives b et c.

1)-Déterminer les affixes m,b'et c'des points M,B'et C'.

2)-Démontrer que (AM) $\perp$ $(B'C')$ et que B'C'=2AM.

EXERCICE 22

Dans le plan ($\mathcal{P}$) complexe rapporté au repère orthonormé $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath},)$, on donne les points A et B distincts d'affixes respectives $Z_1\ et\ Z_2$. Soit A' l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et B' l'image de B par la rotation de centre 0 et d'angle -$\frac{\pi}{2}$.

1)-Exprimer les affixes $Z_1\ et\ Z_2$ des points A' et B' en fonction de $Z_1\ et\ Z_2$.

2)-Quelle est les affixes du milieu I de [A'B'] ?

3)-Déterminer l'affixes du point H défini par $\overrightarrow{OH}$= $\overrightarrow{AB}$

4)-En déduire que la médiatrice (OI) du triangle OA'B' est une hauteur du triangle OAB et que OI=$\frac{1}{2}AB$.

EXERCICE 23

Dans le plan ($\mathcal{P}$) complexe rapporté au repère orthonormé direct $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath},)$, on considère les points distincts A,B et C d'affixes respectives a,b et –b.

1)-Donner une condition nécessaire et suffisante vérifiée par a et b pour que les points A, B et C soit alignés. On suppose dans la suite que les points A,B et C ne sont pas alignés et que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est de sens direct.

2)-Sur les droites (AB) et (AC), à l'extérieure du triangle ABC, on construit les carrés AFGB et ACDE et le parallélogramme AEHF de façon que $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$ soient de sens direct .

a)-En considérant la rotation de centre A qui transforme C en E , montrer que l'affixes **e** du point E est e = -ib + (1-i).

b)-Calculer les affixes **f** , **h** et **d** des points F,H et D en fonction de a et b.

3)-En déduire

a)- FE=2OA et (OA) $\perp$ (EF)

b)- BD=CH et (BD) $\perp$ (CH).

EXERCICE 24

Dans le plan orienté, on considère un losange ABCD de côté a tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$ et le triangle et le triangle isocèle ADA’ rectangle en D tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{DA}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$. Soit I le point d’intersection des droites (AA’) et (BD) et 0 le milieu du segment [AA’].

1)-Faire une figure en prenant AB = a =4cm.

2)-Soit ***h*** l’homothétie de centre I qui transforme A en A’.

a)-Déterminer l’image C’de C par ***h*.**

b)-Montrer que la droite (BD) est la médiatrice de [A’C’]. En déduire la nature du quadrilatère ACC’A’.

c)-Comparer les distances DC et DC’, puis les angles orientés $(\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{DA})$ et $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DC'})$.

3)-Soit **r** la rotation de centre 0 d’angle $\frac{\pi}{2}$.On admettra $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

a)-Déterminer les images de A et de D par **r.**

b)-Montrer que les images de B par **r** est le point C’ défini a question 2.

c)-Comparer les longueurs A’C’ et BD .

4) a)-Exprimer les longueurs AC et BD en fonction de a.

b)-Déterminer le rapport k de homothéties ***h***.

EXERCICE 25

ABC est un triangle équilatérale direct **(Γ)** est son centre cercle circonscrit. La médiatrice de [BC] coupe **(Γ)** en A et D.On appelle E le point intersection des droits (BD) et (AC).

1) a)-Démontrer que le triangle BCE est isocèle.

b)-En déduire que E est symétrique a A par rapport au point C.

2) a)-Pourquoi le triangle ABD est-il rectangle direct ?

b)-Démontrer que l’on a : $(\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DB}}) \equiv \frac{2\pi}{3}(2\pi)$.

3) a)-Déterminer les transformations suivantes: $(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BD})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DC})})$ et $(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{CA})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AB})})$**.**

b)-Soit (D) la parallèle a (DC) menée par A. Démontrer que :
$(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BD})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DC})})=(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DC})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DA})})$ et $(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{CA})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AB})})=(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DA})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{D})})$

c)-On pose **t** = $(\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BD})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{DC})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{CA})}\circ\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{AB})})$

Déterminer la transformation **t**, montrer que l’image A’de A par **t** est invariante par la réflexion $\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{BD})}$ puis retrouver ainsi le résultat de la question 1) a .

EXERCICE 26

1)- ABCD est un rectangle, dans chaque cas ci-dessous déterminer la droite ($\boldsymbol{\Delta}$) telle que :
a) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(\Delta)} \circ S_{(AD)}$ b) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(\Delta)} \circ S_{(BC)}$ c) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(AD)} \circ S_{(\Delta)}$ d) $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)} \circ S_{(\Delta)}$.Puis déterminer les transformation suivantes: a)$f = S_{(AD)} \circ S_{(A)} \circ S_{(B)} \circ S_{(AB)}$
b)$f = S_{(CD)} \circ S_{(A)} \circ S_{(AB)}$ c)$f = S_{(AD)} \circ S_{(C)} \circ S_{(B)} \circ S_{(AB)}$.
2)-ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre O, dans chaque cas suivants déterminer la droite ($\boldsymbol{\Delta}$) telle que : a) $r(A,\frac{\pi}{3}) = S_{(\Delta)} \circ S_{(AB)}$ b) $r(A,\frac{\pi}{3}) = S_{(OA)} \circ S_{(\Delta)}$
c) $\mathbf{r}(0,\frac{\pi}{3}) = S_{(OA)} \circ S_{(\Delta)}$ d) $\mathbf{r}(0,\frac{2\pi}{3}) = S_{(\Delta)} \circ S_{(OA)}$.
3)-On considérant le même triangle équilatéral. Déterminer les applications suivantes :
a) $h = \mathbf{r}(B,\frac{\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(C,\frac{\pi}{3})$ b) $h = \mathbf{r}(B,\frac{\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(A,\frac{-\pi}{3})$ c) $h = t_{\overrightarrow{AB}} \circ r(A,\frac{\pi}{3})$ d) $h = \mathbf{r}(0,\frac{2\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(C,\frac{\pi}{3})$.On suppose que K est le milieu du segment [AC] donner la nature et les élément caractéristique : a) $f = \mathbf{r}(C,\frac{\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(A,\frac{-\pi}{3})$ b)$f = \mathbf{r}(B,\frac{2\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(C,\frac{-\pi}{3})$ c) $f = \mathbf{r}(A,\frac{2\pi}{3}) \circ \mathbf{r}(B,\frac{-\pi}{3})$
d)K=$S_{(A)} \circ S_{(B)} \circ S_{(C)} \circ S_{(A)}$.

EXERCICE 27

ABCD est un carré direct de centre 0, déterminer la transformation f proposée et construire si possible l'image du carrée ABCD par f :
a)$f = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$ b)$f = S_{(DC)} \circ S_{(AC)}$ c)$f = S_{(DC)} \circ S_{(AB)}$ d)$f = S_{(BD)} \circ S_{(AC)}$ e)$f = t_{\overrightarrow{2AD}} \circ S_{(A)}$
f)$f = \mathbf{r}(C,\frac{-\pi}{2}) \circ \mathbf{r}(A,\frac{\pi}{2})$ g)$f = \mathbf{r}(A,\frac{\pi}{2}) \circ \mathbf{r}(C,\frac{\pi}{2})$ h)$f = S_{(AC)} \circ \mathbf{r}(A,\frac{\pi}{2})$ i)$f = t_{\overrightarrow{2AD}} \circ \mathbf{r}(A,\frac{-\pi}{2})$
j)$f = \mathbf{r}(A,\frac{\pi}{2}) \circ \mathbf{r}(0,\frac{\pi}{2})$ k)$f = \mathbf{r}(D,\frac{\pi}{2}) \circ \mathbf{r}(0,\frac{-\pi}{2})$ l)$f = \mathbf{r}(0,\frac{\pi}{2}) \circ t_{\overrightarrow{BC}}$ m)$f = t_{\overrightarrow{BC}} \circ \mathbf{r}(0,\frac{\pi}{2})$
n)$f = S_{(AD)} \circ \mathbf{r}\left(A,\frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{OB}}$ o)$f = S_{(BD)} \circ t_{\overrightarrow{BA}}$ p)$f = S_{(AD)} \circ \mathbf{r}(0,\frac{\pi}{2})$ q)$f = t_{\overrightarrow{OA}} \circ S_{(BD)}$
r)$f = t_{\overrightarrow{OA}} \circ S_{(BD)}$ s)$f = t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(OI)}$ t)$f = \mathbf{r}(0,\frac{\pi}{2}) \circ S_{(AC)}$ u)$f = S_{(D)} \circ S_{(C)} \circ S_{(B)} \circ S_{(A)}$
v)$f = S_{(D)} \circ S_{(B)} \circ S_{(C)} \circ S_{(A)}$.

EXERCICE 28

Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath},)$, reconnaitre les applications suivantes puis les caractérisées lorsque f est définie analytiquement par :

I) $\begin{cases} x' = x+4 \\ y' = y-7 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x' = -x+3 \\ y' = -y+1 \end{cases}$ III) $\begin{cases} x' = -x+2 \\ y' = y \end{cases}$ IV) $\begin{cases} x' = 3x+6 \\ y' = 3y-5 \end{cases}$ V) $\begin{cases} x' = \frac{x+y}{2} \\ y' = \frac{x+y}{2} \end{cases}$