Année Scolaire
2023 -2024
Prof. : M. TEHUA
0546234613

Fomesoutra.com
ça soutra !

TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES
THEME : *Similitudes « **vol (2)** »*
NIVEAU : *Terminale C & E*
Prof :

EXERCICE 1

Dans le plan orienté, on considère un triangle rectangle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$, la hauteur issue de C coupe (AB) en H et coupe la parallèle a (BC) menée par A en D.On pose CA=b et BC=a

1)-Soit **S** la similitude directe transformant C en A et B en C.

a)-Déterminer son rapport en fonction de a et b puis calculer son angle noté θ.

b)-En utilisant cet angle, démontrer que le centre de **S** est le point H.

c)-Quelle est l'image de A par **S**.

2)-En utilisant **S**, démontrer que $HC^2 = HA.HB$

3)-Soit I=B*C, J=C*A et K=A*D. Démontrer que IJK est un triangle rectangle en J et que dans ce triangle H est le pied de la hauteur issue de J.

EXERCICE 2

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC de sens direct. On désigne par D le symétrique de C par rapport à (AB) et E le symétrique de A par rapport à B.

Soit **S** la similitude directe de rapport $\frac{1}{2}$, d'angle $-\frac{2\pi}{3}$, telle que S(A)= B

1)- Calculer $\frac{BD}{AE}$, ainsi qu'une mesure de l'angle$(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BD}})$,En déduire que S(E)= D

2)- Soit Ω le centre de **S**. Montrer que Ω appartient aux cercles circonscrits aux triangles ABC et BDE. Construire Ω.

3)-Soit C'= **S**(C)

a) - Montre que B, C et C'sont alignés.

b) - En déduire que **S** transforme la droite (AC) en (CB).

EXERCICE 3

Soit dans le plan **(**$\mathcal{P}$) orienté un triangle ABC rectangle en A tel que: AC= 2AB et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}\,(2\pi)$.

Soit $\mathcal{C}$(B) le cercle de centre B et de rayon AB et $\mathcal{C}$(C) le cercle de centre C et de rayon AC. Ces deux cercles passent par A. On appelle E le second point d'intersection.

1)- Soit **S** une similitude directe transformant $\mathcal{C}$(B) en $\mathcal{C}$(C). Quelle est la valeur du rapport de **S** ? On désigne par I le centre de **S**, Quelle est la valeur de $\frac{IC}{IB}$? Quelle est l'ensemble (**Γ**) des centres I des similitudes directs transformant $\mathcal{C}$(B) en $\mathcal{C}$(C).

2)- Soit $\boldsymbol{S_A}$ la similitude directe de centre A transformant B en C. soit F le point de $\mathcal{C}$(C) diamétralement opposé à E. Déterminer que $\boldsymbol{S_A}$(E) =F

EXERCICE 4

On donne dans le plan, un rectangle ABCD tel que :

AB = a; AD= 2a; $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$. Soit J le milieu du segment [AD]

1)- Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe qui transforme A en C et B en J.

2)- Démontre que le centre K de cette similitude est l'image du point J par la symétrie orthogonale d'axe (AC).

EXERCICE 5

Dans le plan orienté on considère un carré ABCD de centre O et tel que:$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

Soit P un point du segment [BC] distinct de B. On note Q l'intersection (AP) avec (CD). La perpendiculaire (Δ) à (AP) passant par A coupe (BC) en R et (CD) en S.

1)- Soit **r** la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a)- Déterminer **r**(R) et **r**(P).

b)- Quelle est la nature des triangles RAQ et PAS ?

2)- On note N= P*S et M= Q*R et **S** la similitude directe de centre A, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

a)- Déterminer **S**(P) et **S**(R).

b)- Déterminer l'ensemble des ponts N lorsque P varie sur [BC] \{B}.

c)- Montrer que le points M, B, N et D sont alignés.

EXERCICE 6

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que :

$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$ Soit I le symétrique de A par rapport au milieu de [BC] et H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

1)- Soit $\boldsymbol{S_1}$ la similitude directe de centre A qui transforme H en B a)- Déterminer les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{S_1}$.

b)- Montrer que $\boldsymbol{S_1}$(C) =I. En déduire l'image de la droite (BC) par $\boldsymbol{S_1}$.

2)- Soit $\boldsymbol{S_2}$ la similitude directe de centre A qui transforme B en C.

a)- Déterminer l'image de la droite (BI) par $\boldsymbol{S_2}$.

b)- Soit M un point de la droite (BI), M'son image par $\boldsymbol{S_2}$. On suppose que M et M'sont deux points distincts de I. Montrer que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IM'}}\right)\ (\pi)$

EXERCICE 7

ABCD est un carré direct, le plan étant orienté M est un point de la droite (DC) ; la perpendiculaire à (AM) passant par A coupe (BC) en N et I est le milieu de [MN].

1)- Montrer que le triangle rectangle AMN est isocèle.

2)- Par quelle transformation M a-t-il pour image I ?

3)- Quel est l'ensemble décrit par le point I lorsque M décrit (DC) ?

EXERCICE 8

1)- Dans le plan orienté soient deux points distincts E et F et O leur milieu.
Soit la similitude directe $\boldsymbol{S_E}$ de centre E, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
Soit la similitude directe $\boldsymbol{S_F}$ de centre F, de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$

a)- Determiner $\boldsymbol{S_F} \circ \boldsymbol{S_E}$(O).

b)- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{S_F} \circ \boldsymbol{S_E}$.

2)- Soit ABCD un quadrilatéral convexe de sens direct. On construit les triangles isocèles directs AMB, BNC, CPD et DQA respectivement rectangle en M, N, P et Q. On note J le milieu de [AC].

a)- Soit $\boldsymbol{S_A}$ la similitude directe de centre A transformant M en B.
Soit $\boldsymbol{S_C}$ la similitude directe de centre C transformant B en N.
Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{g = S_C \circ S_A}$.

b)- Soit $\boldsymbol{S'_C}$ la similitude directe de centre C transformant P en D.
Soit $\boldsymbol{S'_A}$ la similitude directe de centre A transformant D en Q.
Démontrer que $\boldsymbol{S'_A \circ S'_C = g}$.

c)- En déduire que les segments [MP] et [NQ] sont isométriques et orthogonaux.

d)- K et L étant les milieux de [MP] et [NQ], démontrer que triangle JKL est rectangle isocèle.

EXERCICE 9

Dans le plan orienté on considère un triangle isocèle ABC de sens direct rectangle en A.

Soit O le milieu de [BC], (Δ) la droite passant par C et perpendiculaire à (BC).
B' le point intersection des droites (AB) et (Δ).
Soit I un point du segment [BC] distinct du point O. On note J le point d'intersection de (AI) et de la droite passant par C et perpendiculaire à (AC). La perpendiculaire en A à (AI) coupe (BC) en K.

1)- Faire une figure soignée.

2)- On désigne par **r** la rotation de centre A et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$.

a)-Déterminer l'image du point B, de la droite (AB), de la droite (BC) et de la droite (AK) par **r**.

b)- déterminer K' et I' images des points K et I respectivement par **r**.
Placer les points K' et I' sur la figure.

3)- Soit ω le milieu de [II'] et ω' le milieu de [KK']. On désigne par **S** la similitude directe de centre A, de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{4}$.

a)- Determiner **S**(K) et **S**(I).

b)- Quel est l'ensemble des points ω lorsque I décrit le segment [BC] privé du point O ?

c)- Montrer que point ω, O et ω' sont alignés.

4)- Le plan est rapporté à un repère orthonormé (A, $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Soit M un point d'affixe Z, déterminer l'affixe Z' du point M'image de M par ***(r ° S)***.

EXERCICE 10

Le plan est orienté. On considère un triangle ABC tel que l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC'}}\right)$ est un nombre compris entre 0 et π.
On construit à l'extérieur de ce triangle trois carrés de côtés respectifs CA, AB, et BC et on désigne par I, J, et K leurs centres.
On a : $(\widehat{\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}})=(\widehat{\overrightarrow{JA},\overrightarrow{JB}}) = (\widehat{\overrightarrow{KB},\overrightarrow{KC}}) = -\frac{\pi}{2} +2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ; Soit F le symétrique de C par rapport à K.
On considère la similitude directe **S_1** de centre C qui transforme I en A et la similitude directe **S_2** de centre B qui transforme A en J.

1) a)- Donner les rapports et les angles de **S_1** et **S_2** ?

b)-Quelle est la nature de **$S_2 \circ S_1$** ?

2)- Préciser les images des points I et B par **$S_2 \circ S_1$**

3)-Montrer que IB =JK et (IB)$\perp$(JB)

4)- Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé (A, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

On désigne par b et c les affixes respectives des points B et C.

a)- Exprimer en fonction de b et c les affixes des points I, J, et K.

b)- Retrouver alors la questions 3).

EXERCICE 11

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct. On construit à l'extérieur de ce triangle les triangles équilatéraux A'BC, AB'C et ABC'. On note I, J, K les centres respectifs des triangles A'BC, AB'C et ABC'. Soit $\boldsymbol{f}$ la similitude directe de centre C, de rapport $\frac{\sqrt{3}}{3}$ et d'angle $\frac{\pi}{6}$ et **g** la similitude direct de centre A,de rapport $\sqrt{3}$ et d'angle $\frac{\pi}{6}$.

1) a)-Déterminer la nature $\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g}$ **.**

b)-Déterminer $\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g}$(J).Que peut-on conclure ?

2)-Montrer que $\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g}$(K)=I

3)-Montrer alors que IJK est un triangle équilatéral.

4)-le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on désigne par a, b et c les affixes respectifs des ponts A, B, C

a)-Déterminer en fonction de a, b, c les affixes des points I, J, K.

b)-Démontre que ABC et IJK ont le même centre de gravité.

EXERCICE 12

On considère un cercle ($\mathcal{C}$) de diamètre [OB]

Soit A un point du segment [OB] distinct de O et de B, tel que OB= 4OA, et I milieu de [AB]. La médiatrice du segment [AB] coupe le cercle ($\mathcal{C}$ en M et M'tel que $(\widehat{\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$. Soit N le projeté orthogonal de A sur (OM) .

1) a)-Donner la nature du quadrilatère AMBM'.

b)- En déduire que (AM')⊥(OM) et que N, A et M' sont alignés.

2)-Soit **S** la similitude directe de centre N telle que **S**(M)= A.

a)-préciser l'angle de **S**.

b)-Déterminer les images par S des droites (MI) et (NA), en déduire l'image par **S** du pont M'.

3) a)-Montrer que l'image par **S** de I est le point I' milieu de [OA].

b)- En déduire que (NI) est la tangente en N au cercle de diamètre [OA].

4)-Soit $\boldsymbol{\sigma}$ la similitude indirecte qui transforme M'en N et B en A.

a)-Déterminer les images des points M et B par $\boldsymbol{\sigma} \circ \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{OB})}$

b)-En déduire que $\boldsymbol{\sigma} \circ \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{OB})}$ est une homothétie que l'on précisera.

c)-Ecrire alors $\boldsymbol{\sigma}$ sous forme réduite.

EXERCICE 13

Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $\boldsymbol{S_1}$ l'application qui a tout point M (x, y) associe le point M'(x ,y) tel que

$$\begin{cases} x' = 1 - 2y \\ y' = 2x \end{cases}$$

1)-Montrer que $\boldsymbol{S_1}$ est une similitude directe que l'on caractérisera.

2)-Soit $\boldsymbol{S_2}$

L'application qui n'a tout point M d'affixe Z associe le point M'd'affixe ***Z' = 3iZ+ 5 – 2i***

a)-Préciser les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{S_2}$.

b)-Soit ***h***= $\boldsymbol{S_1} \circ \boldsymbol{S_2}$

Montrer que ***h*** homothétie dont on précisera ces éléments caractéristiques.

EXERCICE 14

Dans un plan orienté $(\mathcal{P})$, On considère un triangle CID tel que : $(\widehat{\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CD}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

On trace la hauteur, issue de C qui coupe la droite (ID), en A et on désigne par B le projeté orthogonal de A sur la droite (CI), et par $(\mathcal{C})$ le cercle de diamètre [AB] et par (**Γ**) le cercle de diamètre [CD].

Soit ***S*** la similitude directe de centre A telle que **S**(D)= C.

1) a)-Déterminer les images de la droite (CD) par la similitude set en déduire **S**(C).

b)-Déterminer et construire le point B' image de B par la similitude de **S**

c)-Déterminer et construire les images (**Γ**') et $(\mathcal{C}')$ des cercles (**Γ**) et $(\mathcal{C})$ par **S**.

2) a)-Montrer que les point A appartient au cercle (**Γ**).

b)-Les cercles $(\mathcal{C})$ et (**Γ**) se recoupent en K. Les cercler $(\mathcal{C}')$ et (**Γ**') se recoupent en K'.

c)-Montrer que les points C, K, K' sont alignés.

EXERCICE 15

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC non isocèle tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

A tout point M de la droite (AB) on associe le point N de la droite (AC) tel que M et N soient dans le même demi-plan de bord (BC) et BM=CN

1)-Montrer qu'il existe une unique rotation **r** tel que pour tout point M de (AB) on a : **r**(M)=N et **r**(B)=C.Préciser une mesure de son angle et construire le cercle (Ω).

2)-Soit O le milieu du segment [BC], on désigne par $\boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{O\Omega})}$ la symétrie orthogonale d'axe $(\boldsymbol{O\Omega})$ et on pose $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{S}_{(\boldsymbol{O\Omega})} \circ \boldsymbol{r}$

a)-Déterminer $\boldsymbol{f}$(B) et $\boldsymbol{f}(\Omega)$

b)-Préciser la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{f}$

3)-Soit I le milieu du segment [MN]

a)-Quel est l'ensemble D des points I lorsque M décrit la droite (AB)

b)-Construire D.

EXERCICE 16

On considère, dans le plan orienté, un triangle $\mathrm{A}A_1A_2$ tel que $\mathrm{A}A_2 = 2\mathrm{A}A_1$ et qu'une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{A}A_1}, \overrightarrow{\mathrm{A}A_2}}\right)$ soit comprise entre 0 ? π. Les cercles (C_1) et (C_2) passant par A et de centre A_1 et A_2 se recoupe en B.

1)-On désigne par $\boldsymbol{S_A}$ la similitude directe de centre A transformant (C_1) en (C_2).Soit M un point de (C_1) et M'son image par $\boldsymbol{S_A}$.

a)-Justifier la relation $\left(\widehat{\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_1M}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{A_2A}, \overrightarrow{A_2M'}}\right)(2\pi)$.

b)-Démontrer que les points M,B et M' sont alignés

2)-On désigne par $\boldsymbol{\sigma_A}$ la similitude indirecte de centre A transformant (C_1) en (C_2).

a)-Donner le rapport de $\boldsymbol{\sigma_A}$ et montrer que $\boldsymbol{\sigma_A}$ a pour axe la droite (D) médiatrice du segment $[A_1K]$ ou K est le milieu du segment $[AA_2]$.

b)-Soit l'application $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{\sigma_A} \circ \boldsymbol{S_A^{-1}}$ .Déterminer la nature de $\boldsymbol{f}$ et la caractériser géométriquement. En déduire que les images par $\boldsymbol{\sigma_A}$ et $\boldsymbol{S_A}$ de tout point M du plan sont symétriques par rapport a la droite $(\mathrm{A}A_2)$.

EXERCICE 17

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [BC] .

1) a)- Montrer qu'il existe un unique déplacement $\boldsymbol{f}$ qui envoie A sur C et B sur D. Caractériser $\boldsymbol{f}$

b)- Soit **g** l'antidéplacement qui envoie A sur C et B sur D. Déterminer $\mathbf{g} \circ \boldsymbol{f}$**(C)** et $\mathbf{g} \circ \boldsymbol{f}$**(D)** puis caractériser $\mathbf{g} \circ \boldsymbol{f}$.

c)-En déduire la forme réduite de l'antidéplacement **g**

2)- Soit **S** la similitude directe qui envoie A sur B et D sur I.

a)-Déterminer le rapport et l'angle de la similitude **S ?** puis construire le centre Ω de **S.**

b)-Déterminer les images des droites (AC) et (CD) par **S.** En déduire que le triangle OΩC est recrangle

c)-Déterminer l'image du carré ABCD par la similitude **S**

d)-Montrer que les points A, Ω et J sont alignés.

EXERCICE 18

Dans le plan orientés, ABC est un triangle quelconque de sens direct I et J les milieux respectives des segments [BC] et [AB],**r** est la rotation de centre J et d'angle $\frac{\pi}{2}$,A' et C' sont les images respectives des points A et C par **r. S** est la similitude direct qui transforme I en C' et J en A'. On pose $\boldsymbol{h = r^{-1} \circ S}$

1) a)-Déterminer les images respectives des points I et J par $\boldsymbol{h}$

b)-En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $\boldsymbol{h}$

2) a)-Montrer que (IJ) ⊥ (A'C') et que A'C'=2IJ

b)-Déterminer le rapport et l'angle de **S** et montrer que son centre ω appartient à la fois aux cercles de diamètres [IC'] et [JA'].

c)- B' étant le symétrique de A' par rapport à J montrer que (ωB) ⊥ ((ωB').

EXERCICE 19

On considère dans plan ($\mathcal{P}$) orienté un triangle équilatérale ABC de sens direct, on désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] et par D le symétrique de A par rapport à C.

1)-Soit $\boldsymbol{f}$ l'antidéplacement de ($\mathcal{P}$) tel que $\boldsymbol{f}$(C) = A et $\boldsymbol{f}$(A) = B : Montrer que $\boldsymbol{f}$ est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.

2)-Soit **g** la similitude directe telle que : **g**(B) = D et **g**(I) = C, Montrer que **g**(A) =A et déterminer les éléments caractéristiques de **g** .

3) Soit Ω le point défini par : $\overrightarrow{\Omega A} + 2\overrightarrow{\Omega I} = \vec{0}$

a)-Justifier que $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}$ est une similitude indirecte

b)-Determiner $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}$(I) et $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}$(A)

c)-Vérifier que $\overrightarrow{\Omega B} + 2\overrightarrow{\Omega A} = \vec{0}$. En déduire que $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}(\Omega) = (\Omega)$

4) a)-Déterminer le rapport de la similitude de $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}$ **.**

b)-Montrer que l'axe de la similitude $\boldsymbol{f} \circ \mathbf{g}$ est perpendiculaire en Ω a la droite (AB).

EXERCICE 20

Dans le plan orienté, ABI est un triangle équilatérale tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$. Soit Ω le symétrique de B par rapport (AI).

1)-Soit **r** la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en I.

a)-Montrer que Ω est le centre de cette rotation

b)-Soit C = **r**(B).Montrer que I est le milieu du segment [AC].

2)-A tout point points M de [AB] distinct de A et B, on associe le points M'de [IC] tel que AM=AM' : Montrer que le triangle ΩMM' est équilatéral.

3)-Soit G le centre de gravité du triangle ΩMM' et **S** la similitude directe de centre Ω qui transforme M en G.

a)-Préciser le rapport et l'angle de cette similitude

b)-Montrer que **S**(B)=I et construire le point A'=**S**(A)

c)-Montrer que les points I, G et A 'sont alignés

EXERCICE 21

Dans le plan orienté on considère un triangle rectangle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ et AB=2AC, Soit (𝔇) et (𝔇') deux droites parallèles passant respectivement par B et C et ne contenant aucun des côtés du triangle ABC. Soit (Δ) la droite passant par A et perpendiculaire à (𝔇) et (𝔇'). La droite (Δ) coupe (𝔇) et (𝔇') respectivement en I et J.

1)-Soit **S** la similitude directe qui transforme A en B et C en A.

a)-Déterminer l'angle et le rapport de **S**.

b)-Soit Ω le centre de **S** ; Montrer que Ω est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).

2) a)-Déterminer **S**(𝔇') et **S**(Δ)

b)-En déduire **S**(J)

c)-Montrer que les cercles de diamètre [IJ] passe par Ω.

EXERCICE 22

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$, Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et soit K le symétrique de B par rapport a A. On désigne par O, I et J les milieux respectifs des segments [AC], [BC] et [AD].

1)- Soit **S** la similitude directe du plan telle que **S**(J)=B et **S**(D)=K

a)-Montrer qu'une mesure de l'angle de **S** est $\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$

b)-Montre que le rapport de **S** est 2 (on pourra montrer que le triangle CBK est équilatéral)

c)-Montrer que le point C est le centre de la similitude **S**.

2)- Soit A' le symétrique de D par rapport à C et ***f*** est l'antidéplacement du plan qui transforme D en A et A en A' a)-Montrer que f est la symétrie glissante dont on déterminera les éléments caractéristiques

b)-Montre que f(K)=C

3)- On pose $g = f \circ S$

a)-Montrer que **g** est une similitude indirecte dont on précisera le rapport

b)-On désigne par (Δ) l'axe de g par Ω son centre. Montrer $g \circ g$ est l'homothétie de centre Ω et de rapport 4, En déduire que $g \circ g$(D)=B

c)-Donner une construction de l'axe (Δ).

EXERCICE 23

Soit f l'application du plan complexe $(\mathcal{P})$ dans lui-même, qui a tout points M d'affixes Z associe le points M'd'affixes Z' définie par $Z' = -2i\overline{Z} + 1 + i$

1)-Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

2)-Démontrer que $f \circ f$ *est* une homothétie h que l'on précisera

3)-Soit **S** la similitude directe de $(\mathcal{P})$ de centre $\Omega(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ et de rapport $\frac{1}{2}$,dont une mesure de l'angle est $\frac{\pi}{2}$.

a)-Déterminer la forme complexe de **S**.

b)-Soit $\varphi = f \circ S$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de φ.

EXERCICE 24

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives -1+i ; 3+2i et $i\sqrt{2}$

1)-Soit $f : \begin{cases} \quad P \to P \\ M(Z) \mapsto M'(Z') \ / \ Z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\overline{Z} - 1 + i(1+\sqrt{2}) \end{cases}$

a)-Déterminer f (A) et f (C)

b)-En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f

2) a)-Donner l'écriture complexe de l'homothéties h de centre A et de rapport $\sqrt{2}$

b)-Soit $g = f \circ h$ .Donner la forme complexe de g .

3) a)-Soit M_0 le point d'affixe 2-4i ; Montrer que $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM_0''}$ ou $M_0'' = g(M_0)$

b)-Déterminer l'ensemble des couple $(x,y) \in \mathbb{Z}^2$ tels que : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM''}$ ou $M'' = g$(M) et M(x,y).

EXERCICE 25

Le plan ($\mathcal{P}$) est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$). On considère application $\boldsymbol{f}$ qui a tout point M d'affixe Z fait corresponds le point M'd'affixe Z' tel que **Z'**= $\frac{3+4i}{5}\overline{Z} + \frac{1-2i}{5}$

1)-On note x et x', y et y' les parties réelles et les parties imaginaires de Z et Z'

Démontrer que $\begin{cases} x' = \frac{3x+4y+1}{5} \\ y' = \frac{4x-3y-2}{5} \end{cases}$

2)-Démontrer que $\boldsymbol{f}$ est une symétrie orthogonale que l'on précisera

3)-Déterminer l'ensemble (D) des points M d'affixes Z tel que Z'∈ ℝ

4)-On cherche a déterminer les points de (D) dont les coordonnées sont entiers

a)-Donner une solution particulière $(x_0, y_0) \in \mathbb{Z}^2$de l'équation 4$x-3y$=2 (*)

b)-Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (*)

5)-On considère les points d'affixes Z=1+iy ∈ ℝ et M'=$\boldsymbol{f}$(M) : Déterminer les entiers relatifs y tel que Re(Z') et Im(Z') soient des entiers.

EXERCICE 26

Le plan **(**$\mathcal{P}$) est rapporté a un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

Soit $\boldsymbol{f}$: $\begin{cases} \qquad\qquad P \to P \\ M(x,y) \mapsto M'(x,y) \ / \ \begin{cases} x' = x + y - 1 \\ y' = -y + 1 \end{cases} \end{cases}$

1) a)-Montrer que si Z= x + iy et Z'= x' + iy' alors **Z'= (1+i)** $\overline{Z}$ **-1+i**

b)-Montre que $\boldsymbol{f}$ est une similitude indirecte que l'on précisera

2)-Soit (**Γ**) l'ensemble des points M(x, y) tels que $2x^2 - y^2 + 2y - 2 = 0$

a)-Montrer que (**Γ**) est une hyperbole dont on précisera les axes, les sommets, les asymptotes, les foyers et les directrices

b)-Ecrire une équation cartésienne $(\boldsymbol{\Gamma}') = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\Gamma})$.

BON TRAVAIL !!!