



TD N °1 : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN (T^{LE}C)

2024 – 2025

EXERCICE 1

1. Exprime en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$, les réels :

a) $x = \frac{1}{2} \ln 16$

b) $y = \ln 36 - 2 \ln 3$

c) $z = 2 \ln \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $t = \ln 21 + 2 \ln 14 - 3 \ln 0,875$

2. Sans calculatrice, calcule :

a) $x = \ln 216 - 2(\ln 3 + \ln 2)$

b) $y = 3(\ln 3 + \ln 5) - \ln 27 - 2 \ln 10 - \ln \frac{1}{4}$

3. Simplifie :

a) $x = 2 \ln(2 + \sqrt{5}) + \ln(9 - 4\sqrt{5})$

b) $y = \ln \frac{1}{3} + \ln \frac{3}{5} + \ln \frac{5}{7} + \ln \frac{7}{9}$

4. a , b et c sont trois nombres réels strictement positifs. Ecris en fonction de $\ln a$, $\ln b$ et $\ln c$, les réels suivants :

a) $x = \frac{1}{4} \ln(a^8)$

b) $y = \ln \frac{a}{b} - \ln \frac{c}{b}$

c) $z = \ln \left(\frac{a^4}{b^3} \right)$

EXERCICE 3

f la fonction dérivable sur $]0 ; +\infty[$, vérifie : pour tous réels x et y strictement positifs, $f(xy) = f(x) + f(y)$ et $f(5) = 1$.

1. Exprime $f(x)$ en fonction de $\ln x$.
2. Calcule : $f(10)$, $f(50)$ et $f(\frac{1}{100})$.

EXERCICE 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite géométrique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison $\frac{1}{3}$.

Pour tout entier $n \geq 1$, on pose : $v_n = \ln u_n$.

1. Démontre que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite arithmétique dont tu préciseras le premier terme et la raison.
2. Démontre que pour tout entier $n \geq 1$: $\frac{1}{n}(v_1 + v_2 + \dots + v_n) = \ln 2 - \frac{(n-1)\ln 3}{2}$.

EXERCICE 5

Soit (u_n) et (v_n) les suites définies pour tous entier n par : $u_0 = 9$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ et $v_n = u_n + 6$.

1. Démontre par récurrence que la suite (v_n) est à termes positifs.
2. Démontre que (v_n) est une suite géométrique dont tu préciseras la raison et le premier terme.
3. On pose : $S_n = u_0 + u_2 + \dots + u_n$ et $S'_n = v_0 + v_2 + \dots + v_n$.
 - a. Exprime S'_n en fonction de n .
 - b. Déduis-en l'expression de S_n en fonction de n .
4. On définit la suite (w_n) par $w_n = \ln v_n$ pour entier n .
 - a. Démontre que (w_n) est une suite arithmétique dont tu préciseras le premier terme et la raison.
 - b. On pose : $S''_n = w_0 + w_2 + \dots + w_n$. Exprime S''_n en fonction de n .
 - c. On pose : $P_n = v_0 \times v_2 \times \dots \times v_n$. Exprime P_n en fonction de n .

Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.