

Probabilités

Exercice 1

Un test de sélection comprend 10 questions indépendantes. Chaque question est accompagnée de 3 réponses : la bonne et 2 mauvaises.

Un candidat répond au hasard à chacune de ces questions.

- Pour chaque question, quelle est la probabilité de donner la réponse exacte ?
- Quelle est la probabilité pour que le candidat donne les réponses exactes ?
- Quelle est la probabilité pour que le candidat
 - donne exactement 5 bonnes réponses.
 - n'obtienne pas la moyenne

Exercice 2

Un dé pipé comportant six faces est tel que la probabilité de sortie de chaque face est proportionnelle au numéro porté par cette face.

- Calculer la probabilité d'apparition de chaque face.

On lance 3 fois de suite ce dé.

- Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 6 ?
- On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des numéros.
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Calculer son espérance mathématique, sa variance et son écart type.
 - Tracer la fonction de répartition.

Exercice 3

La population d'un lycée est formée de 42% de garçons et de 58% de filles. Parmi les garçons 15% appartiennent au club informatique. Parmi les filles 6% appartiennent au club informatique.

- Quelle est la probabilité pour qu'un élève du lycée appartienne au club informatique ?
- Quelle est la probabilité pour qu'un élève appartenant au club informatique soit un garçon ?

Exercice 4

On considère 2 urnes U_1 et U_2 .

- U_1 contient 9 boules rouges et 5 boules noires.
 - U_2 contient 5 boules rouges et 13 boules noires.
- On tire indépendamment une boule de U_1 et une boule de U_2 . Quelle est la probabilité d'obtenir :

- 2 rouges ?
- 2 noires ?
- une rouge et une noire ?
- 2 boules de même couleur ?

Exercice 5

On jette 40 fois un dé cubique dont 2 faces sont rouges, et 4 faces sont jaunes et l'on compte le nombre de lancers où les 4 faces sont visibles.

On note X la variable aléatoire, qui à cette expérience, associe le nombre de succès.

- Justifiez que X suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.
- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Déterminer puis tracer sa fonction de répartition.
- Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 6

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

- U_1 contient 3 boules noires et 1 blanche.
- U_2 contient 1 boule noire et 2 blanches.

On jette un dé cubique parfaitement équilibré.

Si le dé donne 6, on tire au hasard une boule dans l'urne U_1 , sinon on tire au hasard une boule dans l'urne U_2 .

On désigne par S l'événement : « on obtient 6 avec le dé » ; N l'événement : « on tire une boule noire ».

- Donner la représentation de cette expérience sous forme d'un arbre.
- Calculer les probabilités des événements $S \cap N$ et $\bar{S} \cap N$.
- Calculer la probabilité de tirer une boule noire.
- Calculer la probabilité d'avoir obtenu 6 avec le dé sachant que l'on a tiré une boule noire.

Exercice 7 (BAC 2008 1er groupe)

On dispose de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 .

- U_1 contient 3 boules vertes et 2 boules rouges ;
- U_2 contient 4 boules vertes et 5 boules jaunes ;
- U_3 contient 5 boules jaunes , 4 boules rouges et 1 boule verte.

Description de l'épreuve :

L'épreuve consiste à tirer une boule dans U_1 . Si elle est verte on la met dans U_2 puis on tire une boule dans U_2 . Si elle est rouge, on la met dans U_3 puis on tire une boule dans U_3 .

Partie A

1. Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première tirée est verte.
2. Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première est rouge.
3. En déduire la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage.
4. Calculer la probabilité d'avoir une boule jaune au second tirage.
5. Calculer la probabilité d'avoir une boule rouge au deuxième tirage.

Partie B

Au cours de cette épreuve si on obtient au deuxième tirage :

- Une boule verte, on gagne 1000 F
- Une boule jaune, on gagne 500 F
- Une boule rouge, on perd 500 F.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque boule obtenue au second tirage, associe un gain défini ci-dessus.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer l'espérance mathématique de X .

Partie C

Cette épreuve est faite par chacun des 15 élèves d'une classe dans les mêmes conditions et d'une manière indépendante. Les résultats seront donnés au centième près par défaut.

1. Calculer la probabilité que 8 élèves obtiennent une boule verte au deuxième tirage.
2. Calculer la probabilité que seulement les 8 premiers obtiennent une boule verte au deuxième tirage.
3. Calculer la probabilité pour qu'au moins un élève ait une boule verte au second tirage.

Exercice 8 (BAC 2019 1er groupe)

Dans une classe de première S2, sur 45 élèves 30 ont eu la moyenne au premier devoir de mathématiques. On considère que dans cette classe si un élève a la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{2}$ et s'il a raté la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{3}$.

Soit E_n l'événement « l'élève a eu la moyenne au n-ième devoir », \bar{E}_n l'événement « l'élève n'a pas eu la moyenne au n-ième devoir » et p_n la probabilité de l'événement E_n .

1. Déterminer p_1 .
2. a. Déterminer $p(E_2/E_1)$ et $p(E_2/\bar{E}_1)$.
b. En déduire p_2 .
3. Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $p_{n+1} = \frac{1}{6}p_n + \frac{1}{3}$.
4. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n , par : $u_n = p_n - \frac{2}{5}$.
a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
b. Exprimer u_n en fonction de n puis p_n en fonction de n .
c. Calculer la limite de p_n quand n tend vers l'infini.

Exercice 9 (BAC 2020 1er groupe)

1. On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotés de 1 à 6. On lance simultanément les deux dés et on s'intéresse à la somme S des chiffres apparus sur la face de dessus.
a. Déterminer les valeurs possibles de S .
b. Déterminer la probabilité d'obtenir une somme égale à 9.
2. Marame et Birane disposent chacun de deux dés et s'adonnent au jeu précédent, chacun de son côté.
a. Quelle est la probabilité que chacun affiche un même score de 9, 7 ou 8 ?
b. Quelle est la probabilité qu'ils affichent le même score ?
c. Celui qui affiche le plus grand score gagne. Quelle est la probabilité que Marame gagne ?

✍ Exercice 10 (BAC 2024 1er groupe)

Une entreprise fabrique des articles dans deux unités de production notées U_1 et U_2 . L'unité U_1 assure 60‰ de la production. On a constaté que :

- 3‰ des articles provenant de U_1 présentent un défaut de fabrication.
- 8‰ des articles provenant de U_2 présentent un défaut de fabrication.

L'entreprise envisage de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 82‰ des articles défectueux, mais il élimine également à tort 4‰ des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.

L'entreprise souhaite que moins de 1‰ des articles vendus soient défectueux.

A l'aide des informations ci-dessus et des outils mathématiques au programme :

1. Démontrer que 5‰ des articles produits présentent un défaut de fabrication.
2. En prenant au hasard un article fabriqué, montrer que la chance que cet article soit mis en vente après contrôle est de 0,921.
3. Vérifier si ce contrôle permet à l'entreprise de réaliser son souhait.

✍ Exercice 11 (BAC Remplacement 2024)

Dans le cadre des fêtes de fin d'année, le gouvernement scolaire (GS) d'un établissement veut organiser un jeu sans mise qui lui permettra de gagner de l'argent. Pour cela, il pense à un jeu de tirage de jetons et décide de composer leur urne de deux jetons jaunes, de trois jetons rouges et de jetons verts dont il ignore encore le nombre. Les règles du jeu sont les suivantes :

- Si le jeton tiré est jaune, le GS perd et remet 1500 F CFA au joueur.
- Si le jeton tiré est rouge, le GS gagne et le joueur lui remet 900 F CFA.
- Si le jeton tiré est vert, il le remet dans l'urne, puis tire un autre jeton :
 - Si ce jeton est jaune, le GS perd et remet 500 F CFA au joueur.
 - Si ce jeton est rouge, le GS gagne et le joueur lui remet 500 F CFA.
 - Si ce jeton est encore vert, le GS ne gagne ni ne perd.

Les tirages ont la même chance de se réaliser et sont indépendants. Aider le GS à déterminer le nombre minimal de jetons verts à introduire dans l'urne pour que le jeu lui soit favorable.

F J N

 AU TRAVAIL