

Année scolaire : 2024 – 2025  
DEVOIR DE NIVEAU N°1  
Niveau : terminale C



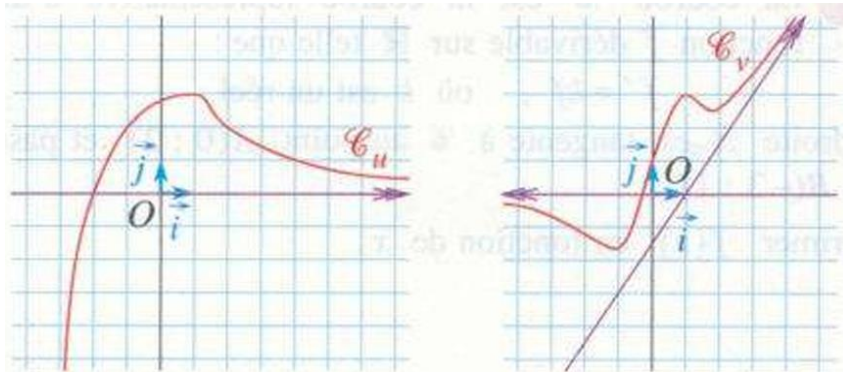
Coefficient : 2  
Durée : 3 h 00 min  
C.E. : Mathématiques – Info

# MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages numérotées respectivement 1/3, 2/3 et 3/3.

## EXERCICE 1 (2 points)

$u$  et  $v$  sont les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  dont les courbes sont représentées ci-dessous.



Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. Exemple : 1 – D

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \dots$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} v(x) = \dots$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{u(x)} = \dots$	0	$-\infty$	1
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{v(x)} = \dots$	0	$+\infty$	1

## EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations qui suivent, écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse. Exemple : 5 – FAUX.

On pose :  $a = -e^{i\frac{\pi}{3}}$ .

- $|a| = 1$ .
- Un argument de  $a$  est  $\frac{\pi}{3}$ .
- $\bar{a} = -e^{-i\frac{\pi}{3}}$ .
- $ae^{i\frac{\pi}{6}} = -i$ .

**EXERCICE 3 (5 points)**

Dans le plan complexe, détermine puis construis l'ensemble des points M d'affixe  $z$  pour lesquels :

1. Le point M' d'affixe  $Z = z \cdot \bar{z} + z(2 + i) + \bar{z}(2 + 3i) + 1$  est imaginaire pur.
2. Le point M' d'affixe  $Z = \frac{2z-4}{z-i}$  est réel.

**EXERCICE 4 (6 points)**

Soit  $n$  est un nombre entier naturel non nul et  $f_n$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :

$$f_n(x) = \frac{1+n\ln(x)}{x^2}.$$

On désigne par  $(\mathcal{C}_n)$  la courbe représentative de  $f_n$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

1. Justifie que :
  - a.  $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x) = -\infty$ .
  - b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ .
2. Donne une interprétation graphique des résultats.
3. On admet que  $f_n$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .
  - a. Justifie que  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f'_n(x) = \frac{n-2-2n\ln(x)}{x^3}$ .
  - b. Détermine les variations de  $f_n$  sur  $]0 ; +\infty[$ .
  - c. Vérifie que ;  $f_n\left(e^{\frac{n-2}{2n}}\right) = \frac{n}{2}e^{\frac{2}{n}-1}$ .
  - d. Dresse le tableau de variation de  $f_n$ .
4. Justifie que  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f_{n+1}(x) - f_n(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$ .
5. Dédus de la question précédente la position relative des courbes  $(\mathcal{C}_n)$  et  $(\mathcal{C}_{n+1})$ .

**EXERCICE 5 (5 points)**

Sir Bangali veut construire une piscine près du mur de son jardin non loin d'une pompe à eau. Par souci d'espace, il veut que la distance de chaque position du bord de la piscine soit la moitié de la distance de ce bord au mur de la maison. Il parle de son projet à un ami, professeur de Mathématiques, qui décide de lui donner un coup de main. Ce dernier, après observation de l'espace, définit un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , d'unité graphique 2 cm dans le jardin, considère la position de la pompe à eau à un point F et et le mur comme une droite  $(\mathcal{D})$ .

Après quelques calculs, il réalise que les coordonnées des points du bord de la piscine vérifient la relation suivante :  $3x^2 + 4y^2 + 6x - 9 = 0$ .

Etant appelé à la maison pour une urgence, il remet le résultat de ses analyses à sir Bangali. Ne pouvant pas rendre opérationnelle cette aide, sir Bangali demande à son fils qui est en classe de terminale C de le faire.

Le fils te sollicite pour représenter avec lui la piscine de son père. Utilise les outils mathématiques au programme pour aider le fils de sir Bangali.