DEVOIR SURVEILLE N°1

DU 1er TRIMESTRE DE MATHÉMATIQUES

Tle C

Fomesoutra.com
ça soutra!

EXERCICE 1

Écris sur la feuille de copie le numéro de l'affirmation, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Le point $A\left(2\,;\frac{43}{3}\right)$ est un point d'inflexion de la courbe de la fonction définie par $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x - 1$.
2	Le reste de la division euclidienne par 5 de 2^{2021} est 3.
3	Si $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$ alors la courbe (C_f) admet au point d'abscisse a, une tangente verticale.
4	L'écriture décimale du nombre CAFE_{16} est 51966.
5	L'équation $5x \equiv 2\ [7]$ a pour ensemble de solutions $\{7k + 2\,;\ k \in \mathbb{Z}\}$.

EXERCICE 2

Soit $h : [1\,;+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

1. Justifie que l'équation $h(x) = x$ admet une solution unique α sur $[1\,;+\infty[$.
2. Démontre que pour tout $x \in [1\,;+\infty[$, $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$.
3. Déduis des questions précédentes que pour tout $x \in [1\,;+\infty[$, $|h(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$.

EXERCICE 3

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{|x^2 + x| + 1}{|x| + 1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;i\,;j)$, unité : 1 cm.

1. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Étudie la dérivabilité de f en -1 et 0.
3. Étudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
4. Montre que les droites d'équation $y = -x - 2$ et $y = x$ sont respectivement asymptotes à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.
5. Trace la courbe (C).

EXERCICE 4

Une coopérative fabrique de la conserve de tomates qu'elle conditionne dans des boîtes de 100 g. Les boîtes sont rangées dans des cartons en raison de 50 boîtes par carton. Le coût journalier de la production et la recette sont définis respectivement par $C(x) = x^3 - 5x + 800$ et $R(x) = 142x - 120$ où $C(x)$ et $R(x)$ sont exprimés en milliers de francs et x le nombre de milliers de cartons.

La coopérative peut produire par jour entre 2 000 et 12 000 cartons de conserve.

Le comptable de la coopérative affirme que pour ne pas travailler à perte, il faut que la production journalière soit comprise entre 5 820 cartons et 10 000 cartons.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, justifie cette affirmation du comptable.