LYCÉE MODERNE DE BONOUA

DEVOIR SURVEILLÉ DE MATHÉMATIQUES N°1

TERMINALE C

Durée : 02 H

08 / 10 / 2024

Fomesoutra.com ça soutra!

EXERCICE 1 (4 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation, suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction f définie sur $[-1\,;3[\cup]3\,;+\infty[$ par $f(x)=\frac{5-2\sqrt{x+1}}{x-3}$ est prolongeable par continuité en 3.
2	Si f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que f soit croissante et majorée sur l'intervalle $]2\,;5[$, alors admet pour limite $+\infty$ à gauche en 5.
3	La ligne de niveau $\frac{1}{2}$ de l'application $M\mapsto\frac{MA}{MB}$ $(A\neq B)$ est la médiatrice de $[AB]$.
4	Soit la fonction f définie et continue sur $[-1\,;3[\cup]3\,;+\infty[$. Si f admet une limite finie en 3, alors f est continue en 3.

EXERCICE 2 (4 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie. Écris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Le nombre $\frac{4\times\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{125}}$ est égal à :	5	2	4
2	Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). Soit f une fonction telle que $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ et $\forall x\in]-\infty;-1[,\ 1-x^2\leq f(x)\leq 2-x^2$, alors la courbe représentative de f en $-\infty$:	Une branche parabolique de direction (OI)	Une asymptote oblique	Une branche parabolique de direction (OJ)
3	Si f est une bijection continue et croissante de l'intervalle I sur $f(I)$, alors f^{-1} est continue et croissante sur :	I	$f(I)$	$f^{-1}(I)$
4	ABC est un triangle et G l'isobarycentre des points A, B et C. L'ensemble des points M du plan vérifiant $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\overrightarrow{AC}$ est :	L'ensemble vide	Le cercle de centre G et de rayon $\frac{1}{3}AC$	La droite passant par A et perpendiculaire à (AC)

EXERCICE 3 (6 points)

L'unité de longueur est le centimètre.
Dans le plan orienté, on considère un carré $ABCD$ de centre K tel que $AB=3$.
On note E le milieu du segment $[BC]$ et G le barycentre des points pondérés $(A,4)$, $(B,-1)$ et $(D,-1)$.

1. a) Démontre que A est le milieu du segment $[KG]$.
   b) Justifie que : $GB^2=\frac{45}{2}$ et $GB=GD$.
   c) Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $4MA^2-MB^2-MD^2=9$.
2. a) Justifie que : $AE=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.
   b) Démontre que pour tout point M du plan : $3MA^2-2MB^2-MD^2=-27+4\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AE}$.
   c) Détermine et construis l'ensemble (Δ) des points M du plan tel que : $3MA^2-2MB^2-MD^2=63$.

EXERCICE 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-1}+x-2 & si\ x\notin]-1;1[\\ x-2 & si\ x\in[-1;1]\end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J).

1. a) Calcule les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$, puis interprète les résultats, si possible.
   b) Justifie que la droite (D) d'équation $y=2x-2$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
2. a) Démontre que $\forall x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[,\ f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}+1$.
   b) Détermine le sens de variation et dresse le tableau de variation.
3. Étudie la position relative de (C) et (D).
4. a) Soit g la restriction de f sur $]1;+\infty[$, justifie que g réalise une bijection de $]1;+\infty[$ sur un intervalle K à préciser.
   b) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution β dans $]1;+\infty[$.
5. Justifie que : $\forall x\in]1;\beta[,\ g(x)<0$ et $\forall x\in]1;+\infty[,\ g(x)>0$.

EXERCICE 5 (4 points)

Avec plus de 500 kilomètres de côtes donnant sur l'océan atlantique et de belles plages, la Côte d'Ivoire est une destination adaptée au tourisme balnéaire.
Pour rendre le séjour des touristes plus agréable, un complexe hôtelier de la ville d'Abidjan souhaite accroître ses capacités touristiques. La directrice, Madame Niamkey décide d'aménager un parc animalier sur une de ses parcelles au bord de la mer. Pour cela elle fait appel à un architecte. Celui-ci lui propose que le parc soit limité par l'ensemble des points M du sol tel que : $MA^2+MB^2+MC^2=mAB^2$ où A, B et C désignent trois grands palmiers sur cette parcelle à égale distance l'un de l'autre et m un paramètre réel environnemental.
Le chef du chantier reçoit la proposition du projet sans le plan, doute de sa réalisation. Préoccupé par la situation, il en parle à son fils élève en classe de Tle C. Celui-ci t'expose la situation et sollicite ton aide.
À l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances mathématiques, apporte ton aide au fils du chef du chantier en donnant ton avis sur la réalisation de ce projet.