Fomesoutra.com
ça soutra!

Daniélou Abidjan GROUPE SCOLAIRE	**DEVOIR DE NIVEAU N°1**	**CLASSE** : $T^{le}C$ **DATE** : 01/10/2025 **DUREE** : 2h **PROF** : M. DJILE

Cette épreuve comporte deux pages numérotée page 1 sur 2 et page 2 sur 2 . L'usage de toute calculatrice non programmable est autorisé.

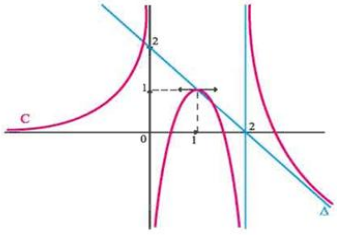
Exercice 1 — 2 points

Écris le numéro de chaque affirmation, suivi de ***Vrai*** *si l'affirmation est vraie ou de* ***Faux*** *si l'affirmation est fausse.*

1. *Si f est une fonction et $\boldsymbol{a}$ un élément de D_f alors f peut être prolongeable par continue en $\boldsymbol{a}$.*
2. *Soit A et B deux points distincts du plan, α un nombre réel de $]-\pi, 0[\cup]0, \pi[$. O est le point de la médiatrice de $[AB]$ tel que: $\left(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}\right) = 2\hat{\alpha}$. (C) le cercle de centre O passant par A et B. L'ensemble des points M du plan tels que $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}\right) = \alpha$ est l'un des deux arcs définis sur (C) par la corde $[AB]$.*
3. *Si f une fonction croissante sur $]a; b[$ telle que : $\forall x \in]a; b[$ il existe un réel m vérifiant : $m < f(x)$ alors $\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow a \\ >}} f(x) = m$*
4. *A et B sont deux points distincts du plan, la ligne de niveau 1 de l'application : $M \longmapsto \frac{MA}{MB}$ est la médiatrice du segment $[AB]$.*

Exercice 2 — 2 points

Pour chaque énoncé du tableau ci − dessous, les informations des colonnes A, B, et C permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est juste. Écris le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui permet d'avoir l'affirmation juste.

		Réponses		
N°	***Enoncés***	***A***	***B***	***C***
1	*La courbe ci − dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0; 2\}$. Les droites d'équations $x = 2$, $x = 0$ et $y = -x + 2$ sont des asymptotes à la courbe (C). On a :* 	$\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	$\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} [f(x) + x - 2] = 0$	$\lim\limits_{\substack{x \longrightarrow 2 \\ <}} f(x) = +\infty$
2	*Soit $(A_1 ; \alpha_1) ; (A_2 ; \alpha_2) ; .. ; (A_n ; \alpha_n)$ des points pondérés et M un point du plan. Si $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \neq 0$ alors $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i MA_i^2 =$*	$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \mathrm{OA}_i^2 - 2\overrightarrow{OM} \cdot \vec{u}$, *Où O est un point du plan et* $\vec{u} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{\mathrm{OA}_i}$	$\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i\right) MG^2 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \mathrm{GA}_i^2$ où $G = bar\left\{\begin{matrix}(A_1; \alpha_1);\ (A_2; \alpha_2); \\ \ldots;\ (A_n; \alpha_n)\end{matrix}\right\}$	$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{OA}_i^2 - 2\overrightarrow{OM} \cdot \vec{u}$, *Où O est un point du plan et* $\vec{u} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{\mathrm{OA}_i}$
3	*a et b sont des nombres réels positifs* $\sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt{\sqrt[3]{ab^5}} =$	$a^2 b$	ab^2	ab
4	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{E(x^2)}{1 - x} =$	$\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2 - \lvert x \rvert}{x^2 + \lvert x \rvert}$	$\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{3x^2 + 4x + 1} + 3x)$	$\lim\limits_{x \to a} \frac{\sin(ax) - \sin(x^2)}{a - x}$

Exercice 3 6 *points*

Soit ABC un triangle et m un réel tel que $m \neq -2$.
G_m *est le barycentre des points pondérés* $(A,m),(B,1),(C,1)$,
Q *le barycentre des points pondérés* $(A,m),(B,1)$ *et* R *le barycentre des points pondérés* $(A,m),(C,1)$.

1. *Démontre que les droites* (CQ) *et* (BR) *se coupent en* G_m.
2. *Soit* P *le milieu de* $[BC]$.
   a) Démontre que P, G_m *et* A *sont alignés.*
   b) Exprime $\overrightarrow{PG_m}$ *en fonction de* $\overrightarrow{PA}$.
3. *Détermine l'ensemble* (E_1) *décrit par* G_m *quand m décrit* $\mathbb{R} - \{-2\}$.
4. *On note G le barycentre des points pondérés* $(A,3),(B,1),(C,1)$ *et H le centre de gravité de ABC.*
   a) Démontre que A, H et G sont alignés.
   b) Détermine l'ensemble (E_2) *des points M vérifiant :* $||2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}||$.
   c) Démontre que l'ensemble (E_3) *des points M vérifiant :* $||2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}||$ *est un cercle passant par B.*

Exercice 4 5 *points*

Partie A

1. *Soit la fonction* f *définie sur l'intervalle* $[0\,;1]$ *par :* $f(x) = 16x^2(1-x)^2$.
   a) Vérifie que pour tout $x \in [0\,;1]$, $f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right)$
   b) Démontre que $f([0\,;1]) = [0\,;1]$.
   c) Justifie que f *possède un point fixe sur* $[0\,;1]$.
2. *Soit un entier naturel* n, *tel que* $n \geq 2$.
   Démontre que l'équation : $f\left(x+\frac{1}{n}\right) = f(x)$ *admet au moins une solution dans l'intervalle* $\left[0; 1-\frac{1}{n}\right]$.

Partie B

Le but de cette partie est de montrer que si f *est une fonction continue sur l'intervalle* $[0\,;1]$ *telle que* $f(0) = f(1)$ *et* $f([0\,;1]) = [0\,;1]$, *alors pour tout entier* $n \geq 2$, *l'équation* $f\left(x+\frac{1}{n}\right) = f(x)$ *admet au moins une solution dans l'intervalle* $\left[0; 1-\frac{1}{n}\right]$. *Soit g la fonction définie sur* $\left[0; 1-\frac{1}{n}\right]$ *par :*

$g(x) = f(x) - f\left(x+\frac{1}{n}\right)$.

1. *Démontre que g est continue sur* $\left[0; 1-\frac{1}{n}\right]$.
2. *Démontre que:* $g(0) + g\left(\frac{1}{n}\right) + g\left(\frac{2}{n}\right) + \ldots + g\left(\frac{n-1)}{n}\right) = 0$.
3. *Déduis – en qu'il existe* $\alpha \in \left[0; 1-\frac{1}{n}\right]$ *tel que* $f\left(\alpha+\frac{1}{n}\right) = f(\alpha)$.

Exercice 5 5 *points*

Dans le cadre de sa visite au Groupe Scolaire Madeleine Daniélou, Monsieur Jean – Marc Yacé, Maire de la commune de Cocody, a pris l'initiative d'embellir la nouvelle voie récemment aménagée aux abords dudit établissement. Impressionnée par les brillants résultats obtenus par les élèves de 3e au dernier concours national de mathématiques, la société DAL – EDUC, chargée des travaux de décoration, a sollicité la participation des élèves de Terminale C pour la conception d'une maquette destinée à décorer le rond – point situé à l'entrée de l'école. Cette maquette devra comporter deux configurations distinctes :

– ***Premi*ère *configuration*** :

Un rectangle ABCD défini dans un plan muni d'un repère orthonormé direct (O,I,J), *avec pour coordonnées:* $A(-1\,;\,0), B(3\,;\,0), C(3\,;\,-3)$ *et* $D(-1\,;\,-3)$.
Les dimensions du rectangle sont : $AB = 4\,m$ *et* $BC = 3\,m$.

– ***Deuxi*ème *configuration*** :

L'ensemble des points M du plan vérifiant la relation suivante : $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 50$.
Ces deux configurations seront illuminées en alternance dans le cadre de la décoration.
Désireuses de visualiser concrètement le rendu final de cette œuvre mathématique, les élèves entreprennent la réalisation de la maquette en s'appuyant sur les notions abordées au programme.
La maquette est à construire à l'échelle $1/100$.