GRAVITATION UNIVERSELLE TS2 2025

EXERCICE 1 :

Données: la constante de gravitation K = $6{,}67.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ; le rayon de saturne R_S = 58.232 km.
La planète Saturne est la 6ème planète du système solaire par ordre d'éloignement par rapport au Soleil et la 2ème plus grande par la taille et la masse. Elle possède en plus le plus grand nombre de satellites naturels.
La planète Saturne est assimilée à une sphère de masse M possédant une répartition sphérique de masse.
Le mouvement d'un de ses satellites, supposé ponctuel, de masse m, est étudié dans un repère ayant pour origine le centre O de la planète et pour axes, trois axes dirigés vers 3 étoiles fixes, supposées suffisamment éloignées.

1. Enoncer la loi de gravitation universelle. **(0,5 pt)**
2. On considérera que le mouvement du satellite étudié autour de la planète Saturne est circulaire
2.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,5 pt)**
2.2. Déterminer la vitesse V et la période T du satellite en fonction de K, r et M. **(0,5 pt)**
2.3. Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant. **(0,25 pt)**
3. Mimas est un satellite naturel de Saturne qui a une période de révolution T = 22,6 h et une orbite de rayon r = 185.500 km. Calculer la masse M de Saturne. **(0,5 pt)**
4. L'expression de l'énergie potentielle d'un satellite dans le champ de gravitation de Saturne est $E_P = -\frac{kMm}{r}$. (La référence des énergies potentielle de gravitation est choisie à l'infini).
4.1. L'affirmation suivante « plus le satellite s'éloigne de Saturne, plus l'énergie potentielle du système Saturne-satellite croît » est-elle vraie ? Justifier. **(0,5 pt)**
4.2. Etablir l'expression de l'énergie mécanique du satellite en fonction de K, M, m et r. **(0,5 pt)**
4.3. On lance un satellite artificiel de masse m = 50 tonnes à partir de la surface de Saturne. Déterminer la vitesse de lancement V_S avec laquelle il faut propulser le satellite pour qu'il tourne autour de Saturne sur la même orbite que Mimas. Les frottements sont supposés négligeables. **(0,75 pt)**

EXERCICE 2 :

La constante de gravitation universelle est G = $6{,}67.10^{-11}$ SI.
On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellite S, assimilé à un point matériel de masse m, étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont le centre coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma. **(0,5 pt)**
2. Donner l'expression du champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur ce vecteur de gravitation sur le schéma précédent. **(0,5 pt)**
3. Déterminer la nature du mouvement dans le référentiel d'étude précisé. **(1 pt)**
4. Exprimer le module de la vitesse V et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite S et de la masse M de la planète P. Montrer que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est une constante. **(1,25 pt)**
5. Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185.500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P. **(0,5 pt)**
6. Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite. **(0,25 pt)**

M DIOP 77 809 79 81

EXERCICE 3 :

Uranus est $7^{ème}$ planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'Homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus sont Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Oberon.
Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus) :

Satellite	Rayon de l'orbite r (10^6 m)	Période de révolution T (jour)
Miranda	129,8	1,4
Ariel	191,2	2,52
Umbriel	266,0	4,14
Titania	435,8	8,71
Oberon	582,6	13,5

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel Uranocentrique supposé galiléen. On donne $G = 6{,}67.10^{-11}$ SI. On prendra un jour = 86400 s.

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel Uranocentrique.

1.1. Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir ; par analogie, le référentiel Uranocentrique. **(0,5 pt)**

1.2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **(0,75 pt)**

1.3. Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution. **(0,25 pt)**

1.4. Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel. **(0,25 pt)**

2. Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes

2.1. **<u>Méthode graphique</u>.**

La courbe de la fonction $V^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel Uranocentrique et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée ci-dessous.

2.1.1. Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r. **(0,25 pt)**

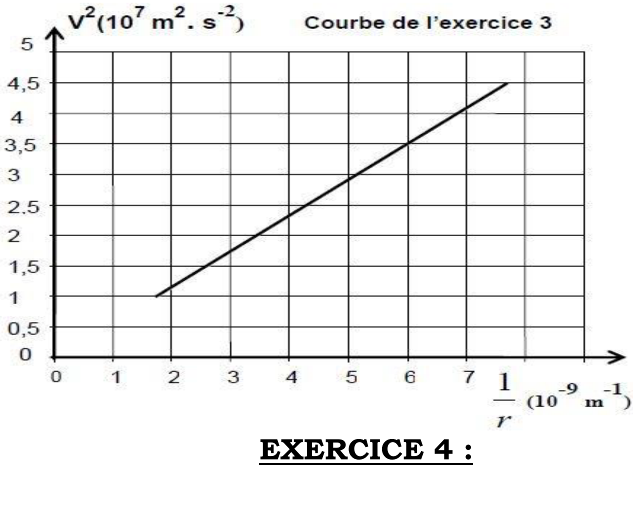
2.1.2. En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus. **(0,5 pt)**

2.2. **<u>Utilisation de la troisième loi de Kepler</u>**

2.2.1. Etablir la troisième loi de Kepler $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ **(0,5 pt)**

2.2.2 En utilisant les informations données sur les Satellites, montré, aux erreurs d'expériences prés, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante dont On donnera la valeur numérique. **(0,5 pt)**

2.2.3.En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode Graphique. **(0,5 pt)**

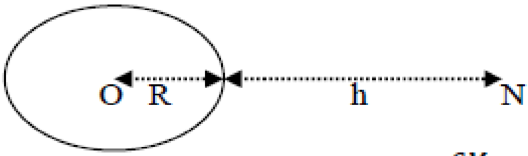


EXERCICE 4 :

M DIOP 77 809 79 81

Données : Constante de gravitation universelle G = $6,67.10^{-11}$ SI ; Masse de la terre M = 6.10^{24} kg ; Rayon de la terre R = 6400 km.

1. Donner la signification de satellite géostationnaire. Dans quelles conditions un satellite peut-il être géostationnaire ? **(0,5 pt)**
2. En précisant le référentiel d'étude, montrer que le mouvement d'un tel satellite est circulaire uniforme. **(0,5 pt)**
3. Soit h l'altitude d'un satellite géostationnaire. Etablir, en fonction de G, M, R, et h, l'expression de :
   3.1. La vitesse linéaire V du satellite, **(0,5 pt)**
   3.2. La période de révolution T du satellite. **(0,5 pt)**



4. Calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire **(0,5 pt)**
5. L'énergie potentielle de pesanteur de ce satellite, de masse m, a pour expression $E_P = -\frac{GMm}{R+h}$
   5.1. Préciser l'état de référence pour cette énergie potentielle. **(0,25 pt)**
   5.2. Etablir une relation simple entre l'énergie cinétique E_C et l'énergie potentielle E_P du satellite. **(0,5 pt)**
   5.3. En déduire alors l'expression de son énergie mécanique E_M en fonction de E_C. **(0,25 pt)**

---

6. On considère maintenant un satellite quelconque à une altitude h. Le satellite subit des frottements équivalents à une force de freinage de module f = $\lambda m V^2$, expression où λ est une constante, V étant la vitesse du satellite. Ce freinage est très faible, et on peut supposer que les révolutions restent presque circulaires et que pour chacune d'elle, l'altitude h du satellite diminue de Δh avec $\Delta h \ll h$.
   6.1. Montrer que la variation de vitesse du satellite peut s'écrire $\Delta V = -\frac{\pi}{T}\Delta h$ où T est la période du satellite. **(0,5 pt)**
   6.2. Justifier l'évolution de la vitesse du satellite. **(0,25 pt)**
   6.3. Exprimer λ en fonction de h, Δh et R_T. **(0,25 pt)**

EXERCICE 5 :

1. « L'un des grands succès de la théorie de la gravitation universelle d'Isaac Newton est de pouvoir déterminer la masse d'un astre à partir d'observations astronomiques du mouvement de l'un de ses satellites. »
On se propose de déterminer la masse du Soleil à partir de l'observation du mouvement de l'un de ses satellites le plus connu : la **Terre**.
On supposera que le Soleil et la Terre ont une distribution de masse à symétrie sphérique.
On admettra également que le centre d'inertie de la Terre décrit autour du Soleil une orbite circulaire de rayon r avec une période T.

1.1. Représenter sur un schéma la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre. **(0,25 pt)**
1.2. En tenant compte des hypothèses ci-dessus, montrer que le mouvement du centre d'inertie de la Terre est uniforme. **(0,5 pt)**
1.3. Exprimer la vitesse V du centre de la Terre en fonction de la constante de gravitation universelle G, du rayon r de l'orbite et de la masse M_S du Soleil. En déduire l'expression de la période de révolution de la Terre en fonction de G, r et M_S. **(1 pt)**
1.4. Montrer que la 3[ème] loi de Kepler est bien vérifiée et en déduire la masse M_S du soleil. **(0,75 pt)**
On donne : r = $1,5.10^8$ Km ; T = 365,25 jours ; G = $6,67.10^{-11}$ N.m².kg⁻²

2. Dans notre univers, le Soleil joue le rôle d'un énorme radiateur qui rayonne de l'énergie dans toutes les directions, en particulier sur la Terre, ce qui a permis le développement de la vie.
Cette énergie rayonnée par le Soleil trouve son origine dans les réactions de fusion nucléaire dont le Soleil est le siège.
L'équation bilan de ces réactions s'écrit : $4\,{}_1^1H \rightarrow {}_2^4He + 2\,{}_1^0e + 2\,{}_0^0\nu$

2.1. Calculer l'énergie libérée par cette réaction globale. **(0,5 pt)**
2.2. Si le Soleil rayonne une puissance constante de $3,9.10^{26}$ W, quel est le nombre de réactions globales qui s'y produit par seconde ? Quelle est la perte de masse que subit le Soleil par seconde ? **(1 pt)**
On donne : 1u = $1,67.10^{-27}$ kg = 931,5 Mev.C^{-2} ; Célérité de la lumière dans le vide C = $3,00.10^8$ m.s⁻¹

particule	${}_1^0e$	${}_1^1H$	${}_2^4He$
Masse en u	0,00055	1,0073	4,0015

M DIOP 77 809 79 81

La sonde spatiale SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) est un satellite qui a été mis en orbite par la fusée ATLAS II. Elle a pour mission d'étudier la structure interne du soleil, la chaleur de son atmosphère et les origines du vent solaire.

Dans ce qui suit, on étudie le mouvement de la sonde.

1. Au décollage, le mouvement de la fusée ATLAS II est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. La fusée et son équipement (y compris la sonde) ont une masse M = 850 tonnes supposée constante durant le décollage. La force de poussée $\vec{F}$ générée par les propulseurs de la fusée a une intensité égale à 16.10^6 N durant la phase de décollage.

1.1. Déterminer la valeur algébrique de l'accélération du centre d'inertie de la fusée durant le décollage sachant que le repère d'espace choisi est l'axe vertical (OZ) orienté vers le haut et que le centre d'inertie de la fusée est initialement confondu avec l'origine O. **(0,5 pt)**

1.2. Etablir la loi horaire de son altitude z(t) durant cette phase. Calculer l'altitude à la date t = 15 s. **(0,5 pt)**

2. Le Soleil, de centre S et de masse M_S et la Terre de centre T et de masse M_T, sont considérés comme des astres présentant une répartition de masse à symétrie sphérique. On admet que la Terre décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire de centre S et de rayon d. Sa période de révolution est de 365,25 jours.

2.1. On suppose que la Terre ne subit que l'action du Soleil. Exprimer la vitesse angulaire de la Terre sur son orbite en fonction de G, Ms et d. **(0,5 pt)**

2.2. En déduire la valeur de la masse Ms du Soleil. **(0,25 pt)**

2.3. Le satellite SOHO, assimilé à un point matériel P de masse m, est placé à un endroit très particulier du système solaire, le point de Lagrange L_1, situé à la distance l du centre de la Terre. Il décrit autour du Soleil, d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire de rayon $= d - l$. Les centres de S, P et T sont constamment alignés.

2.3.1. A quelle vitesse angulaire SOHO tourne-t-il autour du Soleil ? Justifier la réponse. **(0,25 pt)**

2.3.2. Faire l'inventaire des forces qui agissent sur le satellite P. Les représenter sur un schéma. **(0,5 pt)**

2.3.3. En appliquant le théorème du centre d'inertie au satellite et en tenant compte du résultat obtenu à la question 2.1., établir la relation entre d, l et le rapport des masses $\frac{M_T}{M_S}$ **(0,5 pt)**

2.3.4. Tenant compte du fait que le point de Lagrange L_1 est situé beaucoup plus près du centre de la Terre que de celui du Soleil, on peut faire l'approximation $\frac{l}{d} \ll 1$.

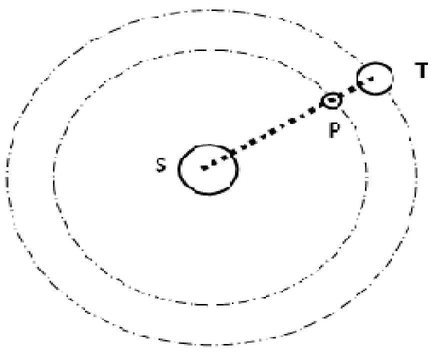
Etablir alors la relation : $\left(\frac{l}{d}\right)^3 = \frac{M_T}{3M_S}$

Calculer la distance l situant le point de Lagrange à la Terre. **(0,5 pt)**

7. Quel est l'avantage d'un satellite comme SOHO par rapport à des observatoires terrestres? **(0,25 pt)**

8. D'après un article extrait d'un hebdomadaire de vulgarisation scientifique « *SOHO est le premier observatoire spatial à être placé à un endroit très particulier du système solaire le point de Lagrange L_1 du nom d'un mathématicien français qui en a découvert l'existence… A cet endroit précis où l'attraction du Soleil équilibre très exactement l'attraction de la Terre, le satellite spatial peut observer le Soleil 24h sur 24* ».
L'information fournie par cet article selon laquelle SOHO est situé à un endroit précis où l'attraction du Soleil équilibre très exactement l'attraction de la Terre est-elle compatible avec le mouvement circulaire uniforme de SOHO autour du Soleil ? Justifier la réponse. **(0,25 pt)**

Données : masse de la Terre $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg ; distance Terre-Soleil d = $1{,}50.10^8$ km ; Constante de gravitation G = $6{,}67\ 10^{-11}$ N.m².kg⁻² ; intensité du champ de gravitation terrestre au sol, $g_0 = 9{,}80$ m.s⁻².



M DIOP 77 809 79 81