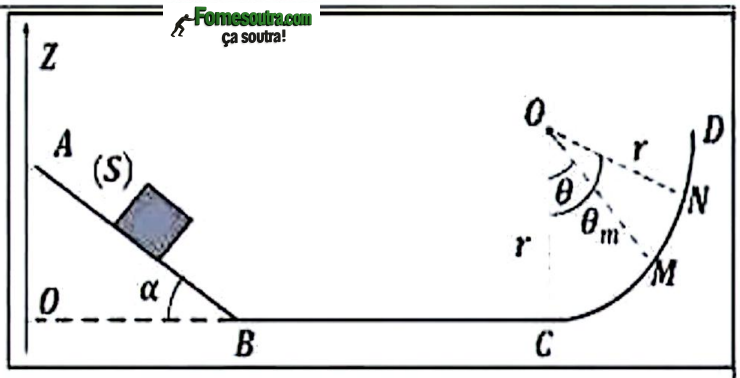
Fomesoutra.com
ça soutra!

On donne $g = 10\ N \cdot kg^{-1}$. Le corps (S) part de la position A sans vitesse initiale.



1) Les frottements sur la partie AB sont négligeables.

1.1. Énoncer le théorème d'énergie cinétique.

1.2. Faire le bilan et représenter les forces qui s'exercent sur le solide (S) sur la partie AB.

1.3. En appliquant le théorème d'énergie cinétique exprimé la vitesse v_B en fonction de g, AB et α Calculer v_B.

2) Le solide (S) poursuit son mouvement sur la partie BC pour atteindre le point C avec une vitesse $v_C = 3\ m \cdot s^{-1}$.

2.1. Déterminer le travail de la réaction $\vec{R}$ de la partie BC sur le solide (S) au cours du déplacement BC. Et déduire la nature de contact.

2.2. Calculer l'intensité de $\vec{R}$, sachant que le coefficient de frottement est : $k = 0{,}2$

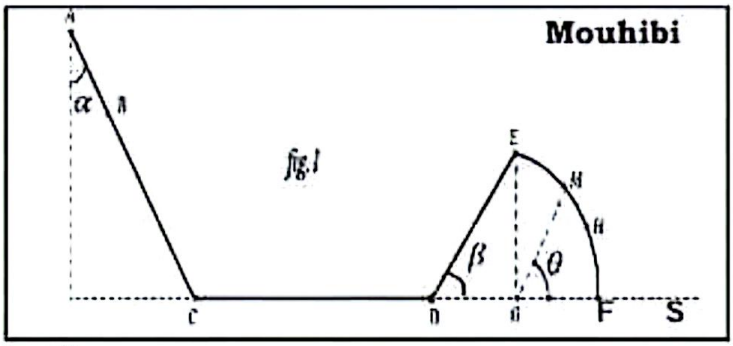
3) On néglige les frottements sur le rail CD. On repère une position M du corps (S) par l'angle $\theta = (\vec{OC}; \vec{OM})$

3.1. Exprimer la vitesse du solide (S) à la position M en fonction de v_C, g, r et θ.

3.2. Sachant que le corps s'arrête au point N qui repéré par l'angle θ_m. Déterminer la valeur θ_m.

Exercice 7 :

Un mobile de masse m = 500g se déplace sur la piste représentée sur la (fig.1):



→ AC est rectiligne de longueur l = AC = 60m, inclinée d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à la verticale.

→ CD est rectiligne et horizontale de longueur d = CD = 90 m.

→ DE est rectiligne de longueur L, inclinée d'un angle $\beta = 10°$ sur l'horizontale.

→EF est un dôme sphérique de rayon r et de centre O.

Les frottements sont supposés négligeables sur toute la piste, sauf entre les parties B et D. On prendra g = 10N. kg^{-1}.

Le mobile est abandonné sans vitesse initiale au sommet A de la partie rectiligne AC et arrive au point B avec la vitesse $V_B = 10 m.s^{-1}$.

1) Donner l'expression de la distance AB en fonction de V_B, g et α.

2) Entre les points B et C s'exerce une force de frottement $\vec{f_1}$ qui ralentit le mouvement et le mobile arrive en C avec une vitesse V_C de valeur double de celle de V_B.

a. Montrer que l'intensité de la force f_1, peut se mettre sous la forme : $f_1 = m.\left(g\cos\alpha - \frac{3V_B^2}{2 \cdot BC}\right)$.

b. Faire l'application numérique.

3) Avec la vitesse V_B acquise en B, le mobile aborde la partie CD. Déterminer la valeur de la vitesse V_D au point D si la force de frottement $\vec{f_2}$ s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.

4) Le mobile poursuit alors son mouvement sur la partie DE. Déterminer la longueur L de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.

5) Arrivé au point E le mobile glisse sans frottement sur le dôme sphérique EF de rayon r. La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\vec{OF}, \vec{OM})$

5.1. Exprimer la vitesse V_M au point M en fonction de θ, l, β et g.

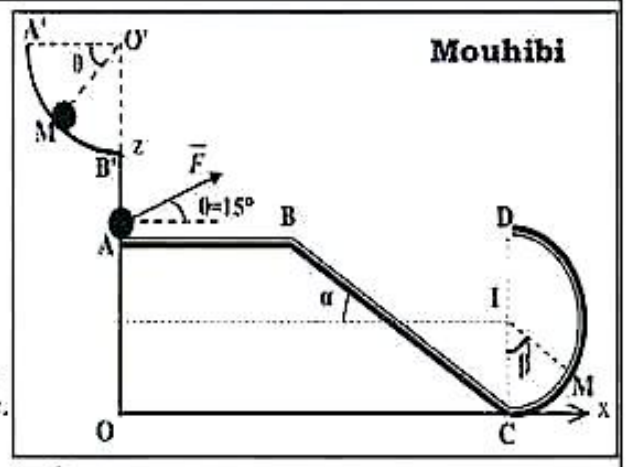
5.2. Sur le trajet EF, on montre en tout point M que l'intensité de la réaction $\vec{R}$, peut s'écrire : $R = mg\left(\sin\theta - \frac{v_M^2}{rg}\right)$. Au-delà du point M, le mobile ne peut poursuivre son mouvement sur le dôme. Il décolle du dôme en un point H.

a. Lors de la perte de contact en H, quelle valeur prend l'intensité R de la réaction du dôme sur la bille?

b. Déduire des questions précédentes, les valeurs numériques de l'angle θ_H et de la vitesse V_H

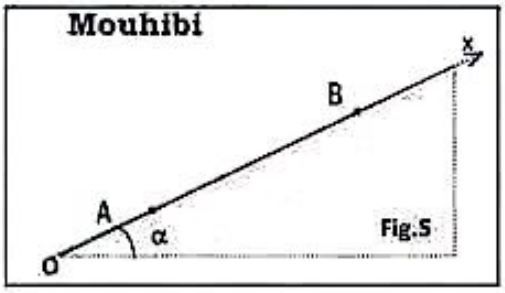
du solide au moment de son décollage sur le dôme.
c. Calculer la vitesse V_S de la bille à l'instant où elle touche le sol.

Exercice 8 :

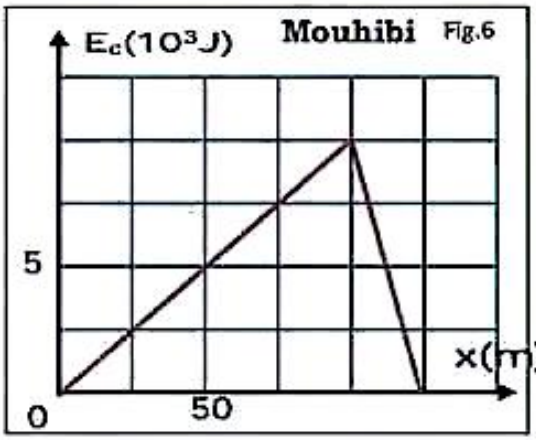


Une bille assimilable a un point matériel de masse m = 100 g. Glisse sur le circuit A'B'ABCD comprend :
→Une partie A'B' circulaire de rayon r = 20 cm.
→Une partie AB rectiligne et AB = 40 cm.
→Une partie BC inclinée d'un angle $\alpha = 30°$.
→Une partie CD circulaire de centre I et de rayon r = 10 cm.
→g = 10 N/Kg
1) On lâche le solide (s) sans vitesse initiale en A'
.(On néglige les frottements le long de circuit A'B'ABCD).
1-1-Donner l'énoncée de théorème de l'énergie cinétique.
1-2-Donner la définition de la chute libre.
1-3-Exprimer le travail de poids P en M en fonction de r et θ et m .
1-4-Exprimer et calculer la vitesse V_B.
1-5-Au point B' la bille quitte la partie A'B' le solide (s) arrive en A avec une vitesse $V_A = 4\ m.s^{-1}$.calculer la hauteur H entre A' et A.
2) Sur la partie AB le point matériel (s) a un mouvement et rectiligne uniforme.
2-1-Faire l'inventaire des forces appliquées sur le corps dans la partie AB et y représenter.
2-2-Calculer le travail de la force $\vec{F}$ au cours de déplacement AB .on donne F = 6 N.
2-3-Quelle la nature de contact entre le corps (s) et le plan AB. (1pt)
2-4-Calculer la vitesse V_c de corps(s) en arrivant au point C. on donne BC = 60 cm.
2-5-Déterminer le travail de poids $\vec{P}$ entre C et M en fonction de m; g, et β.
2-6-Déduire la valeur de travail poids $\vec{P}$ entre C et D.
2-7-En réalité il ya le frottement entre B et C et la bille (s) arrivent en C avec la vitesse $V'_c = 2.6\ m.s^{-1}$. Calculer dans ce cas l'intensité de force de frottement f.

Exercice 9 :



Un skieur de masse $m = 80$ kg aborde une piste inclinée de l'angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Il est constamment soumis à une force de frottement $\vec{f}$ d'intensité constante et son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente représentée par l'axe Ox associé au repère $(O, \vec{i})$ (figure 5). Le skieur, partant du point O sans vitesse initiale, est entraîné à l'aide d'un câble dont la tension est parallèle à l'axe Ox. Lorsque le skieur passe par la position A d'abscisse x_A le câble casse. Il continue son mouvement jusqu'à atteindre la position B d'abscisse x_B où sa vitesse s'annule. A l'aide d'un dispositif approprié, on mesure l'énergie cinétique E_c du skieur pour différentes abscisses x de G. Les résultats des mesures ont permis de tracer la courbe $E_c = f(x)$ de la figure 6.



1) Déterminer graphiquement les valeurs de x_A et x_B.
2) Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant, par application du théorème de l'énergie cinétique, les expressions de E_c pour x appartenant à $[0,100m]$ puis à $[100m, 125m]$.
3) Déterminer graphiquement les valeurs de $\vec{f}$ et $\vec{F}$.
On donne $\vec{g} = 10m.s^{-2}$.

Exercice 10 :

Cet exercice vise à étudier le mouvement d'un skieur sur une piste formée par deux parties

□ Une pente AB incliné d'un angle $\alpha = 30^{\circ}$ par rapport au plan horizontal.

□ Une piste BC horizontale.



Données

→Masse du skieur et ses accessoires $m = 80$ kg.

→L'intensité du champ de pesanteur $g = 10$ N/Kg.

→La longueur de pente AB est : $L = 20m$

→La longueur de la piste BC est : $d = 30m$

I-Etude du mouvement sur la pente AB

Etudions le mouvement de G centre d'inertie du skieur dans un repère $R'(A, \vec{i}', \vec{j}')$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements supposés négligeables.

Le skieur part du point A sans vitesse initial à l'instant $t = 0$

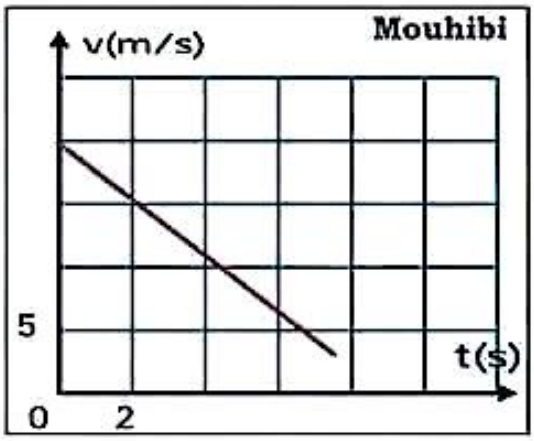
1) Quelles sont les forces appliquées sur le skieur et ses accessoires.

2) Exprimer le travail du poids du skieur en fonction de g, L, m et α.

3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre les positions A et B trouver l'expression de la vitesse V_B en fonction de g, L et α

II-Etude du mouvement sur la piste BC

Le centre d'inertie G du skieur passe par le point B à un instant considéré comme une nouvelle origine des dates ($t = 0$). Etudions le mouvement de G dans le repère $R(B, \vec{i}, \vec{j})$



Par un système d'acquisition convenable on obtient la variation de vitesse V de G en fonction du temps

1) Quelles sont les forces appliquées sur le skieur et ses accessoires sur la piste BC.

2) Calculer l'énergie cinétique du skieur au point B

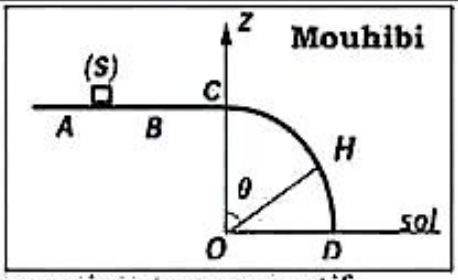
3) Le skieur passe par le point C à un instant $t_C = 6s$

a-Montre que le mouvement du skieur sur la pente BC se fait avec frottement, en calculant son travail.

b - Déduire la valeur de l'intensité de la force de frottement

Exercice 11 :

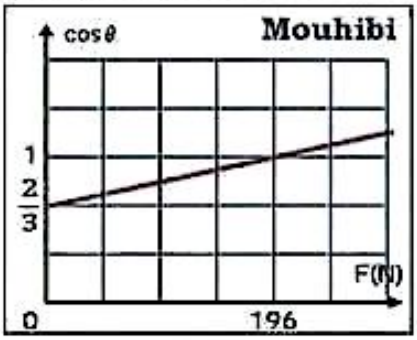
Un chariot (S) de masse $M = 10kg$ est placé sur des rails disposés suivant une trajectoire $(ABCD)$ contenue dans un plan vertical et composée :



→ D'une portion rectiligne horizontale (ABC) telle que $AB = 0{,}5$ m

→ D'une portion circulaire (CD) de rayon r et de centre O pris comme origine de l'axe vertical Oz passant par C.

Dans tout l'exercice, on supposera tout type de frottement négligeable. Des sportifs entrent en compétition en se prêtant au jeu suivant : un sportif exerce sur (S), initialement au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale et constante tout le long du trajet (AB) afin de lui imprimer une vitesse v_B en B. Arrivé en C avec une vitesse $v_C = v_B$, le chariot suit le trajet circulaire qu'il quitte en une position H telle que l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OH}) = \theta$.



1) Mouvement suivant le trajet (AB).

a -Représenter les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie G du chariot

b -En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le chariot, montrer que la valeur de la vitesse v_B s'écrit : $\|v_B\| = \sqrt{\frac{2.F.AB}{M}}$

2) Mouvement suivant le trajet circulaire(CD)

Pour chaque sportif participant à la compétition, on note la valeur de $\vec{F}$ et l'angle θ

correspondant à la position H où le chariot quitte les rails entre C et D. Ceci permet de tracer la courbe $\cos\theta = f(F)$

a -Représenter le(s) force(s) s'exerçant sur (S) au point H

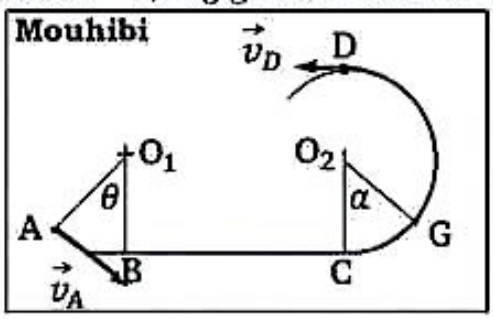
b-En appliquant au point H le théoreme du centre d'inertie au système (S) montrer que : $v_H^2 = g.r\cdot\cos\theta$

c-Montrer que : $\cos\theta = \left(\frac{2.AB}{3M.g.r}\right)\cdot F + \frac{2}{3}$

d- déduire la valeur de r sachant que $g = 9{,}8N.Kg^{-1}$

Exercice 12 :

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'un solide de masse $m = 0{,}5$ kg glissant sur une piste ($ABCD$).



→ la partie AB est un arc de cercle de rayon r et telle que $(\overrightarrow{O_1A}, \overrightarrow{O_1B}) = \theta = 60°$.

→ la partie BC est rectiligne et horizontale de longueur $\ell = 1m$.

→ la partie CD est un demi-cercle de rayon r.

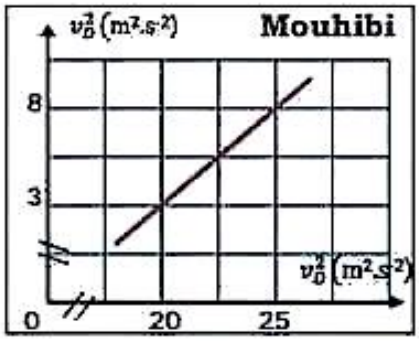
→ seule la partie BC présente des frottements équivalents à une force constante.

1) a -Donner les expressions littérales exprimant les travaux des forces extérieures s'exerçant sur le solide au cours du trajet ($ABCD$).

b -En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir que; $v_D^2 = v_A^2 + b$ *avec* b sera exprimée en fonction des paramètres de l'exercice .

2) Deux mesureurs de vitesse sont placés en A et D et permettent de mesurer les valeurs des vitesses $\vec{v}_A$ et $\vec{v}_D$. Ainsi on trace la courbe $v_D^2 = f(v_A^2)$

En déduire la valeur de f.



3) Etablir l'expression de la valeur de la réaction $\vec{R}_1$ exercée par la portionde piste CD sur le solide en un point entre C et D défini par $\alpha = (\overrightarrow{O_2C}, \overrightarrow{O_2M})$ en fonction de m, g, r, α et sa vitesse v en ce point.

4) Quelle est la valeur minimale de la vitesse v_A pour que le solide atteigne le point D.

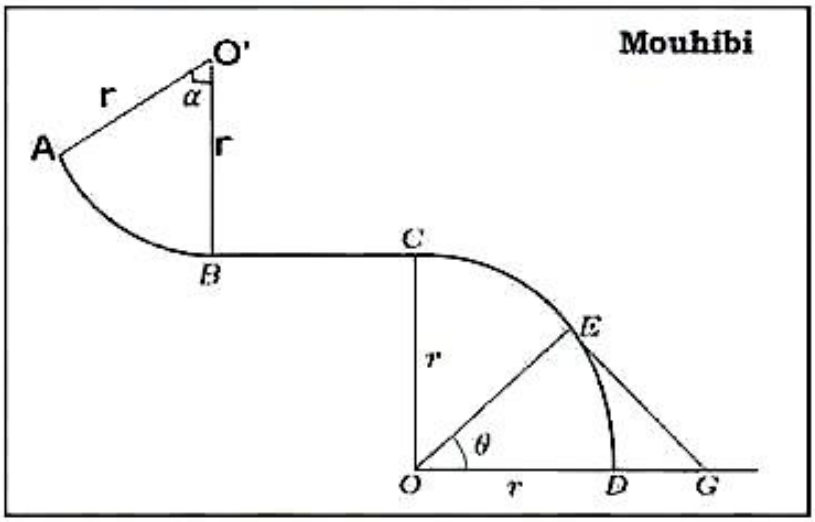
Exercice 13 :

Un skieur de masse $m = 80$ kg glisse sur un début de piste formée de trois parties AB, BC et CD.

→La partie AB arc de cercle de rayon $r = 5m$ et de centre O' tel que $\widehat{AO'B} = \alpha = 60°$

→BC est une partie rectiligne horizontale de longueur r.

→CD est un quart de circonférence verticale de rayon r et de centre O.



Toute la trajectoire a lieu dans le même plan vertical. Le skieur part de A sans vitesse initiale. Pour simplifier les calculs, son mouvement sera dans tout le problème, assimilé à celui d'un point matériel.

1) Lors d'un premier essai, la piste ABC est verglacée. Les frottements sont alors suffisamment faibles pour être négligés. Calculer dans ces conditions, avec quelles vitesses v_B et v_C, le skieur passe en B et en C.

2) Au cours d'un autre essai, la piste ABC est recouverte de neige. On supposera pour simplifier que la résultante des forces de frottement, constamment tangente à la trajectoire, garde un module constant f sur tout le trajet ABC.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 1/4 : EXERCICE 7, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

EXERCICE 7 : PISTE ACDE ET DÔME SPHÉRIQUE EF

Un mobile de masse $m = 500$ g se déplace sur la piste représentée sur la figure : AC est rectiligne, de longueur $l = AC = 60$ m, inclinée d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à la verticale ; CD est rectiligne et horizontale, de longueur $d = CD = 90$ m ; DE est rectiligne, de longueur L, inclinée d'un angle $\beta = 10°$ sur l'horizontale ; EF est un dôme sphérique de rayon r et de centre O.

Les frottements sont supposés négligeables sur toute la piste, sauf entre les points B et D. On prendra $g = 10\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$. Le mobile est abandonné sans vitesse initiale au sommet A de la partie rectiligne AC et arrive au point B avec la vitesse $V_B = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

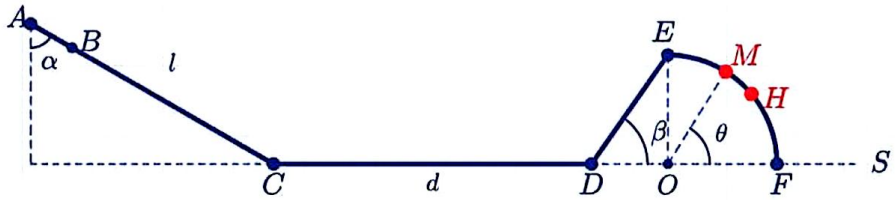


Figure (non à l'échelle) : O et F sont sur l'horizontale de CD, E est à la verticale de O ; $\theta = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OM})$.

1) Donner l'expression de la distance AB en fonction de V_B, g et α.

- **Solution 1** : sur AB, sans frottement, la réaction ne travaille pas ; seul le poids travaille. AC faisant l'angle α avec la verticale, le mobile descend de $AB\cos\alpha$:

$$\frac{1}{2}\,m\,V_B^2 - 0 = m\,g\,AB\cos\alpha$$

$$AB = \frac{V_B^2}{2\,g\cos\alpha} = \frac{100}{2\times 10\times 0{,}5} = 10\ \text{m}$$

- **Vérification** : $E_c(B) = \frac{1}{2}\times 0{,}5\times 100 = 25$ J et $m\,g\,AB\cos\alpha = 0{,}5\times 10\times 10\times 0{,}5 = 25$ J ✓.

2) Entre les points B et C s'exerce une force de frottement $\vec{f}_1$ qui ralentit le mouvement, et le mobile arrive en C avec une vitesse V_C de valeur double de celle de V_B.

a) Montrer que l'intensité de la force f_1 peut se mettre sous la forme $f_1 = m\left(g\cos\alpha - \frac{3\,V_B^2}{2\,BC}\right)$.

- **Solution a** : entre B et C, le poids travaille $m\,g\,BC\cos\alpha$, la force $\vec{f}_1$ travaille $-f_1\,BC$ et la réaction normale ne travaille pas. Avec $V_C = 2\,V_B$, la variation d'énergie cinétique est $\frac{1}{2}\,m\,(4\,V_B^2) - \frac{1}{2}\,m\,V_B^2 = \frac{3}{2}\,m\,V_B^2$:

$$\frac{3}{2}\,m\,V_B^2 = m\,g\,BC\cos\alpha - f_1\,BC$$

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 2/4 : EXERCICE 7, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

$$f_1 = m\,g\cos\alpha - \frac{3\,m\,V_B^2}{2\,BC} = m\left(g\cos\alpha - \frac{3\,V_B^2}{2\,BC}\right)$$

b) Faire l'application numérique.

- **Solution b** : $BC = AC - AB = 60 - 10 = 50\ \text{m}$:

$$f_1 = 0{,}5 \times \left(10 \times 0{,}5 - \frac{3 \times 100}{2 \times 50}\right) = 0{,}5 \times (5 - 3)$$

$$f_1 = 1\ \text{N}$$

- **Vérification** : $E_c(C) = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times 20^2 = 100\ \text{J}$ et $E_c(B) + m\,g\,BC\cos\alpha - f_1\,BC = 25 + 125 - 50 = 100\ \text{J}$ ✓.

3) Avec la vitesse acquise, le mobile aborde la partie CD. Déterminer la valeur de la vitesse V_D au point D, si la force de frottement $\vec{f}_2$ s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.

- **Solution 3** : le mobile aborde CD en C, avec $V_C = 2\,V_B = 20\ \text{m·s}^{-1}$ (voir la remarque). Sur CD, horizontal, seule $\vec{f}_2$ travaille, avec $f_2 = \frac{m\,g}{6} = \frac{0{,}5 \times 10}{6} \approx 0{,}833\ \text{N}$:

$$\frac{1}{2}\,m\,V_D^2 - \frac{1}{2}\,m\,V_C^2 = -f_2 \times CD$$

$$V_D = \sqrt{V_C^2 - \frac{2\,f_2\,CD}{m}} = \sqrt{V_C^2 - \frac{g\,CD}{3}} = \sqrt{400 - 300} = \sqrt{100}$$

$$V_D = 10\ \text{m·s}^{-1}$$

- **Vérification** : $E_c(C) - f_2 \times CD = 100 - 0{,}833 \times 90 = 25\ \text{J} = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times 10^2$ ✓.

4) Le mobile poursuit alors son mouvement sur la partie DE. Déterminer la longueur L de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.

- **Solution 4** : sur DE, il n'y a pas de frottement (ils ne se trouvent qu'entre B et D) : seul le poids travaille, le mobile montant de $L\sin\beta$. Avec $V_E \approx 0$:

$$0 - \frac{1}{2}\,m\,V_D^2 = -m\,g\,L\sin\beta$$

$$L = \frac{V_D^2}{2\,g\sin\beta} = \frac{100}{2 \times 10 \times 0{,}1736} \approx 28{,}8\ \text{m}$$

- **Vérification** : la hauteur de E est $L\sin\beta = 5{,}00\ \text{m} = \frac{V_D^2}{2\,g}$ ✓. Le point E est à la hauteur r au-dessus de O : $r = L\sin\beta = 5\ \text{m}$.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 3/4 : EXERCICE 7, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

5) Arrivé au point E, le mobile glisse sans frottement sur le dôme sphérique EF de rayon r. La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OM})$.

5.1) Exprimer la vitesse V_M au point M en fonction de θ, L, β et g.

- **Solution 5.1** : O est au niveau de CD : E est à la hauteur $r = L\sin\beta$ et M à la hauteur $r\sin\theta$. De E à M, seul le poids travaille, le mobile descendant de $r(1-\sin\theta)$, avec $V_E \approx 0$:

$$\frac{1}{2}\,m\,V_M^2 - 0 = m\,g\,L\sin\beta\,(1-\sin\theta)$$

$$V_M = \sqrt{2\,g\,L\sin\beta\,(1-\sin\theta)}$$

- **Vérification** : pour $\theta = 90°$ (point E), $V_M = 0$ ✓ ; pour $\theta = 0$ (point F), $V_M = \sqrt{2\,g\,r} = 10\ \text{m·s}^{-1}$.

5.2) Sur le trajet EF, on montre qu'en tout point M l'intensité de la réaction $\vec{R}$ s'écrit $R = m\,g\left(\sin\theta - \frac{V_M^2}{r\,g}\right)$. Au-delà du point M, le mobile ne peut poursuivre son mouvement sur le dôme : il décolle en un point H.

a) Lors de la perte de contact en H, quelle valeur prend l'intensité R de la réaction du dôme ?

- **Solution a** : la perte de contact se produit lorsque le dôme ne pousse plus le mobile :

$$R_H = 0$$

b) Déduire des questions précédentes les valeurs numériques de l'angle θ_H et de la vitesse V_H au moment du décollage.

- **Solution b** : $R = 0$ donne $V_H^2 = g\,r\sin\theta_H$; par ailleurs, d'après 5.1, $V_H^2 = 2\,g\,r\,(1-\sin\theta_H)$. On égale :

$$\sin\theta_H = 2\,(1-\sin\theta_H) \implies \sin\theta_H = \frac{2}{3}$$

$$V_H = \sqrt{g\,r\sin\theta_H} = \sqrt{10\times 5\times\frac{2}{3}} = \sqrt{33{,}3}$$

$$\theta_H \approx 41{,}8° \ ;\ V_H \approx 5{,}77\ \text{m·s}^{-1}$$

- **Vérification** : dans l'expression de R : $\sin\theta_H - \frac{V_H^2}{r\,g} = 0{,}667 - \frac{33{,}3}{50} = 0$ ✓.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 4/4 : EXERCICE 7, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

c) Calculer la vitesse V_S du mobile à l'instant où il touche le sol (en S).

- **Solution c** : après H, le mobile n'est plus soumis qu'à son poids. Le sol est au niveau de O, à la distance r sous E. Théorème de l'énergie cinétique entre E (vitesse nulle) et S :

$$\frac{1}{2}\,m\,V_S^2 - 0 = m\,g\,r \implies V_S = \sqrt{2\,g\,r} = \sqrt{2 \times 10 \times 5}$$

$$V_S = 10\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$

- **Vérification** : de H à S : $V_S^2 = V_H^2 + 2\,g\,r\sin\theta_H = 33{,}3 + 66{,}7 = 100$ ✓.
- **Remarque** : à la question 3, l'énoncé écrit « avec la vitesse V_B acquise en B » : le mobile aborde CD en C, avec $V_C = 2\,V_B$; avec V_B on trouverait une énergie cinétique négative en D ($25 - 75 < 0$), ce qui est impossible. La longueur l de la question 5.1 est lue comme la longueur L de DE. Le mot « bille » désigne le mobile.

MÉTHODE

- Sur AC (angle α avec la verticale) : dénivellation $AB\cos\alpha$; avec frottement : $\Delta E_c = m\,g\,\Delta h - f \times \text{longueur}$.
- Dôme : $V_M^2 = 2\,g\,r\,(1 - \sin\theta)$; décollage : $R = 0$, d'où $\sin\theta_H = \frac{2}{3}$; retour au sol : $V_S = \sqrt{2\,g\,r}$.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 2/4 : EXERCICE 8, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

1-4) Exprimer et calculer la vitesse V_B.

- **Solution 1-4** : il s'agit de la vitesse au point B' (fin de la partie $A'B'$, voir la remarque). Théorème de l'énergie cinétique entre A' et B', avec $\theta = 90°$:

$$\frac{1}{2} m V_{B'}^2 - 0 = m g r$$

$$V_{B'} = \sqrt{2 g r} = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}2} = 2 \text{ m·s}^{-1}$$

- **Vérification** : $E_c(B') = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 2^2 = 0{,}2 \text{ J} = m g r$ ✓.

1-5) Au point B', la bille quitte la partie $A'B'$ et arrive en A avec la vitesse $V_A = 4 \text{ m·s}^{-1}$. Calculer la hauteur H entre A' et A.

- **Solution 1-5** : de A' à A, seul le poids travaille (glissement sans frottement, puis chute libre de B' à A). Théorème de l'énergie cinétique, la bille descendant de H :

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - 0 = m g H$$

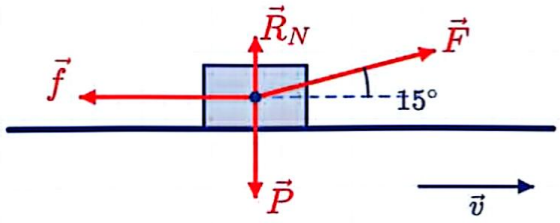
$$H = \frac{V_A^2}{2 g} = \frac{4^2}{2 \times 10} = 0{,}8 \text{ m}$$

- **Vérification** : $B'A = H - r = 0{,}6 \text{ m}$; chute libre de B' à A : $V_A^2 = V_{B'}^2 + 2 g \times B'A = 4 + 2 \times 10 \times 0{,}6 = 16$, soit $V_A = 4 \text{ m·s}^{-1}$ ✓.

2) Sur la partie AB, la bille a un mouvement rectiligne uniforme.

2-1) Faire l'inventaire des forces appliquées sur la bille dans la partie AB et les représenter.

- **Solution 2-1** : la bille est soumise à : son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas ; la composante normale $\vec{R}_N$ de la réaction du plan, verticale vers le haut ; la force $\vec{F}$, inclinée de $15°$ sur l'horizontale ; la force de frottement $\vec{f}$, horizontale et opposée au mouvement (son existence est justifiée à la question 2-3).



Forces sur AB (le mouvement est vers la droite).

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 3/4 : EXERCICE 8, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

2-2) Calculer le travail de la force $\vec{F}$ au cours du déplacement AB ; on donne $F = 6$ N.

- **Solution 2-2** : la force $\vec{F}$ est constante et fait l'angle $15°$ avec le déplacement horizontal $AB = 0{,}40$ m :

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = F \times AB \times \cos 15° = 6 \times 0{,}40 \times 0{,}966$$

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) \approx 2{,}32 \text{ J}$$

2-3) Quelle est la nature du contact entre la bille et le plan AB ?

- **Solution 2-3** : le mouvement est rectiligne uniforme : d'après le principe d'inertie, la somme des forces est nulle. En projection sur la direction du mouvement :

$$F\cos 15° - f = 0 \implies f = F\cos 15° \approx 5{,}80 \text{ N} \neq 0$$

le contact a lieu avec frottement

- **Vérification** : sans frottement, la seule force horizontale serait $F\cos 15°$ et le mouvement serait accéléré. Énergie cinétique constante sur AB :
$W(\vec{F}) + W(\vec{f}) = 2{,}32 - 5{,}80 \times 0{,}40 = 0$ ✓.

2-4) Calculer la vitesse V_C de la bille en arrivant au point C ; on donne $BC = 60$ cm.

- **Solution 2-4** : le mouvement étant uniforme sur AB, $V_B = V_A = 4$ m·s^{-1}. Sur BC (sans frottement), seul le poids travaille, la bille descendant de $BC\sin\alpha = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$ m :

$$\frac{1}{2}m V_C^2 - \frac{1}{2}m V_B^2 = m g BC \sin\alpha$$

$$V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gBC\sin\alpha} = \sqrt{16 + 2 \times 10 \times 0{,}6 \times 0{,}5} = \sqrt{22}$$

$$V_C \approx 4{,}69 \text{ m·s}^{-1}$$

- **Vérification** : $E_c(C) = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 22 = 1{,}1$ J et
$E_c(B) + m g \times 0{,}3 = 0{,}8 + 0{,}3 = 1{,}1$ J ✓.

2-5) Déterminer le travail du poids $\vec{P}$ entre C et M en fonction de m, g et β.

- **Solution 2-5** : C est le point le plus bas de la partie circulaire de centre I et de rayon r'. Le point M, repéré par $\beta = (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IM})$, est à la hauteur $r'(1-\cos\beta)$ au-dessus de C ; le poids travaille négativement (montée) :

$$W_{C\to M}\left(\vec{P}\right) = -m g r'\left(1 - \cos\beta\right) = -0{,}1\left(1 - \cos\beta\right) \text{ (J)}$$

- **Vérification** : pour $\beta = 0$, $W = 0$; pour $\beta = 90°$, $W = -m g r' = -0{,}1$ J ✓.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 4/4 : EXERCICE 8, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

2-6) En déduire la valeur du travail du poids $\vec{P}$ entre C et D.

- **Solution 2-6** : D est le point le plus haut du cercle (sur la verticale de I) : $\beta = 180°$, $\cos\beta = -1$.

$$W_{C\to D}\left(\vec{P}\right) = -m\,g\,r'\,(1-(-1)) = -2\,m\,g\,r'$$

$$W_{C\to D}\left(\vec{P}\right) = -2\times 0{,}1\times 10\times 0{,}1 = -0{,}2\ \text{J}$$

- **Vérification** : D est à $2\,r' = 0{,}2$ m au-dessus de C : $-m\,g\times 0{,}2 = -0{,}2$ J ✓. De plus $E_c(D) = 1{,}1 - 0{,}2 = 0{,}9\ \text{J} > 0$: la bille atteint D.

2-7) En réalité, il y a un frottement entre B et C et la bille arrive en C avec la vitesse $V_C' = 2{,}6\ \text{m·s}^{-1}$. Calculer dans ce cas l'intensité de la force de frottement f.

- **Solution 2-7** : entre B et C, le poids travaille $m\,g\,BC\sin\alpha = 0{,}3$ J et la force de frottement, constante et parallèle à BC, travaille $-f\times BC$:

$$\frac{1}{2}\,m\,V_C'^2 - \frac{1}{2}\,m\,V_B^2 = m\,g\,BC\sin\alpha - f\times BC$$

$$f = \frac{m\,g\,BC\sin\alpha - \frac{1}{2}\,m\left(V_C'^2 - V_B^2\right)}{BC}$$

$$f = \frac{0{,}3 - 0{,}05\times(6{,}76-16)}{0{,}6} = \frac{0{,}762}{0{,}6}$$

$$f = 1{,}27\ \text{N}$$

- **Vérification** :
$E_c(B) + m\,g\,BC\sin\alpha - f\times BC = 0{,}8 + 0{,}3 - 1{,}27\times 0{,}6 = 0{,}338$ J et $\frac{1}{2}\times 0{,}1\times 2{,}6^2 = 0{,}338$ J ✓.

- **Remarque** : à la question 1-4, V_B est la vitesse en B' (fin de $A'B'$, d'après 1-5). Le rayon de CD, noté r dans l'énoncé comme celui de $A'B'$, est noté r'. La force $\vec{F}$ n'agit que sur AB ; en A, la bille prend le mouvement horizontal sans perte de vitesse ($V_B = V_A = 4\ \text{m·s}^{-1}$) ; BC est sans frottement aux questions 2-4 à 2-6.

- **Remarque** : $F\sin 15° \approx 1{,}55$ N dépasse $m\,g = 1$ N : $R_N = m\,g - F\sin 15°$ serait négative (la bille décollerait de AB). Les questions posées n'en dépendent pas.

MÉTHODE

- Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W$; poids : $W = \pm\,m\,g\,\Delta h$ (dénivellation Δh) ; réaction sans frottement : $W = 0$.
- Mouvement uniforme : $\sum \vec{F} = \vec{0}$, donc $\Delta E_c = 0$; frottement sur BC : $f = \frac{m\,g\,BC\sin\alpha - \Delta E_c}{BC}$.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 1/3 : EXERCICE 9, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

EXERCICE 9 : SKIEUR SUR UNE PISTE INCLINÉE

Un skieur de masse $m = 80\ \text{kg}$ aborde une piste inclinée de l'angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Il est constamment soumis à une force de frottement $\vec{f}$ d'intensité constante et son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente, représentée par l'axe Ox associé au repère $(O, \vec{\imath})$. Le skieur, partant du point O sans vitesse initiale, est entraîné à l'aide d'un câble dont la tension $\vec{F}$ est parallèle à l'axe Ox.

Lorsque le skieur passe par la position A d'abscisse x_A, le câble casse. Il continue son mouvement jusqu'à atteindre la position B d'abscisse x_B où sa vitesse s'annule. On mesure l'énergie cinétique E_c du skieur pour différentes abscisses x de G et on trace la courbe $E_c = f(x)$. On prend $g = 10\ \text{m·s}^{-2}$.

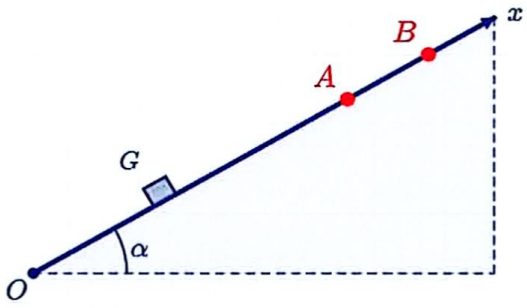


Figure 5 : la piste inclinée, avec l'axe Ox suivant la ligne de plus grande pente.

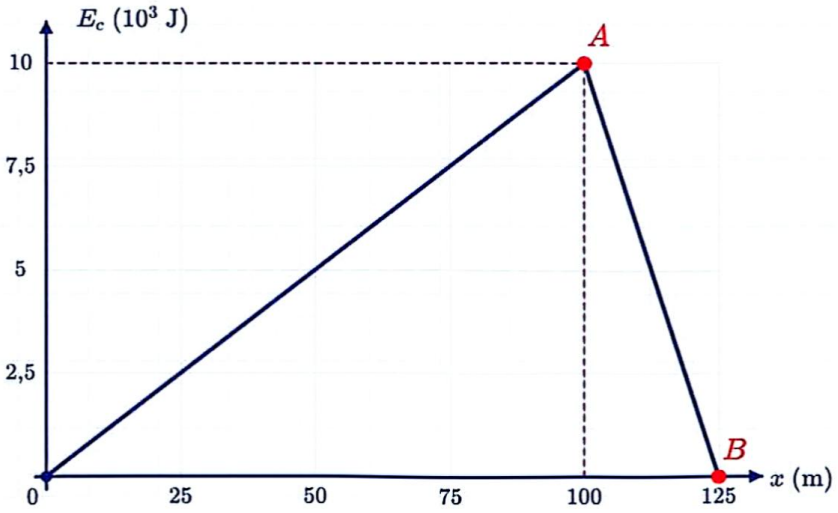


Figure 6 : courbe $E_c = f(x)$ (une graduation : $25\ \text{m}$ en abscisse, $2{,}5 \times 10^3\ \text{J}$ en ordonnée).

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 2/3 : EXERCICE 9, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

1) Déterminer graphiquement les valeurs de x_A et x_B.

- **Solution 1** : tant que le câble tire, E_c augmente ; quand il casse en A, la force motrice disparaît et E_c diminue jusqu'à s'annuler en B. Le maximum de la courbe correspond donc à A : il est situé à 4 graduations de O, et E_c s'annule 1 graduation plus loin :

$$x_A = 100\ \text{m}\ ;\ x_B = 125\ \text{m}\ ;\ E_c(A) = 10 \times 10^3\ \text{J}$$

- **Vérification** : la courbe est une droite sur $[0\,;100\ \text{m}]$ (qui passe par $(50\ ;\ 5 \times 10^3)$) puis une droite sur $[100\,;125\ \text{m}]$, ce qui est cohérent avec la question 2.

2) Justifier théoriquement l'allure de la courbe en établissant, par application du théorème de l'énergie cinétique, les expressions de E_c pour x appartenant à $[0\,;100\ \text{m}]$ puis à $[100\,;125\ \text{m}]$.

- **Solution 2 (x de 0 à 100 m)** : le skieur est soumis à son poids $\vec{P}$ (travail $-m\,g\,x\sin\alpha$), à la réaction normale $\vec{R}_N$ (travail nul), au frottement $\vec{f}$ (travail $-f\,x$) et à la tension $\vec{F}$ du câble (travail $+F\,x$). Théorème de l'énergie cinétique entre O et $G(x)$:

$$E_c(x) - 0 = (F - f - m\,g\sin\alpha)\,x$$
$$E_c(x) = (F - f - m\,g\sin\alpha)\,x$$

- **Solution 2 (x de 100 à 125 m)** : le câble est cassé : la tension $\vec{F}$ disparaît. Théorème de l'énergie cinétique entre A et $G(x)$:

$$E_c(x) - E_c(A) = -\,(f + m\,g\sin\alpha)\,(x - x_A)$$
$$E_c(x) = E_c(A) - (f + m\,g\sin\alpha)\,(x - x_A)$$

- **Vérification** : $E_c(x)$ est une fonction affine de x sur chaque intervalle : la courbe est formée de deux segments de droite, le premier croissant (il faut $F > f + m\,g\sin\alpha$), le second décroissant, ce qui est bien l'allure observée.

3) Déterminer graphiquement les valeurs de f et F.

- **Solution 3** : les coefficients directeurs des deux segments se lisent sur la courbe (en $\text{J}\cdot\text{m}^{-1} = \text{N}$) :

$$k_1 = \frac{10 \times 10^3 - 0}{100 - 0} = 100\ \text{N} \qquad k_2 = \frac{0 - 10 \times 10^3}{125 - 100} = -400\ \text{N}$$
$$k_1 = F - f - m\,g\sin\alpha \qquad k_2 = -\,(f + m\,g\sin\alpha)$$

- **Solution** : avec $m\,g\sin\alpha = 80 \times 10 \times 0{,}5 = 400\ \text{N}$:

$$f = -k_2 - m\,g\sin\alpha = 400 - 400$$
$$f = 0\ \text{N}$$

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 3/3 : EXERCICE 9, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

$$F = k_1 + f + m\,g\sin\alpha = 100 + 0 + 400$$

$$F = 500\ \text{N}$$

- **Vérification** : $E_c(A) = (500 - 0 - 400) \times 100 = 10^4$ J ✓ ;
  $E_c(B) = 10^4 - 400 \times 25 = 0$ ✓. Vitesse en A :
  $V_A = \sqrt{\frac{2\times 10^4}{80}} = \sqrt{250} \approx 15{,}8\ \text{m·s}^{-1}$.
- **Remarque** : la pente de la partie décroissante vaut exactement $m\,g\sin\alpha = 400$ N : à la précision de lecture, le frottement est négligeable alors que l'énoncé le dit « constant ». Une erreur de lecture de 1 m sur x_B (124 m) donnerait $f \approx 17$ N. Les graduations (25 m ; $2{,}5 \times 10^3$ J) sont lues à partir des repères 50 et 5 de la figure 6.

MÉTHODE

- Courbe $E_c = f(x)$: un segment de droite par phase, de coefficient directeur $k = \sum F_x$ (en N).
- Avant A : $k_1 = F - f - m\,g\sin\alpha$; après : $k_2 = -(f + m\,g\sin\alpha)$.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 1/3 : EXERCICE 10, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

EXERCICE 10 : SKIEUR SUR UNE PISTE AB PUIS BC

Cet exercice vise à étudier le mouvement d'un skieur sur une piste formée de deux parties : une pente AB inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal et une piste BC horizontale. Données : masse du skieur et de ses accessoires $m = 80\ \text{kg}$; $g = 10\ \text{N·kg}^{-1}$; longueur de la pente $AB = L = 20\ \text{m}$; longueur de la piste $BC = d = 30\ \text{m}$.

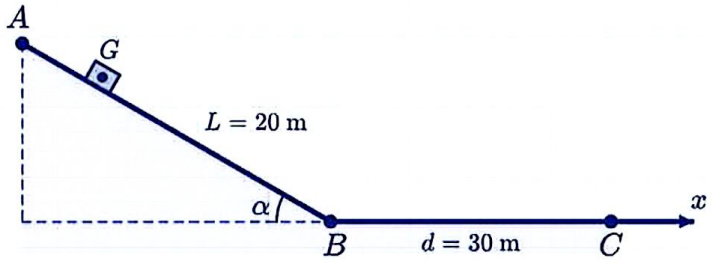


Figure 5 (schéma) : le skieur part de A sans vitesse initiale.

I – Étude du mouvement sur la pente AB. On étudie le mouvement de G, centre d'inertie du skieur, dans un repère $R'(A, \vec{i}', \vec{j}')$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements sont supposés négligeables. Le skieur part du point A sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

I-1) Quelles sont les forces appliquées sur le skieur et ses accessoires ?

- **Solution I-1** : le système {skieur + accessoires} est soumis à deux forces : son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, et la réaction $\vec{R}$ de la piste, perpendiculaire à AB (les frottements étant négligeables).

I-2) Exprimer le travail du poids du skieur en fonction de g, L, m et α.

- **Solution I-2** : de A à B, le skieur descend de la hauteur $h = L\sin\alpha$:

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = m\,g\,L\sin\alpha = 80 \times 10 \times 20 \times 0{,}5 = 8000\ \text{J}$$

- **Vérification** : la dénivellation est $h = 20 \times 0{,}5 = 10\ \text{m}$ et $m\,g\,h = 80 \times 10 \times 10 = 8000\ \text{J}$ ✓.

I-3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre les positions A et B, trouver l'expression de la vitesse V_B en fonction de g, L et α.

- **Solution I-3** : $\vec{R}$ ne travaille pas (perpendiculaire au déplacement) ; seul le poids travaille :

$$\frac{1}{2}\,m\,V_B^2 - 0 = m\,g\,L\sin\alpha$$

$$V_B = \sqrt{2\,g\,L\sin\alpha} = \sqrt{2 \times 10 \times 20 \times 0{,}5} \approx 14{,}1\ \text{m·s}^{-1}$$

- **Vérification** : $\frac{1}{2}\,m\,V_B^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 200 = 8000\ \text{J} = W_{A\to B}\left(\vec{P}\right)$ ✓.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 2/3 : EXERCICE 10, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

II – Étude du mouvement sur la piste BC. Le centre d'inertie G passe par le point B à un instant considéré comme une nouvelle origine des dates $(t = 0)$. On étudie son mouvement dans le repère $R(B, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Un système d'acquisition donne la variation de la vitesse v de G en fonction du temps (figure 6).

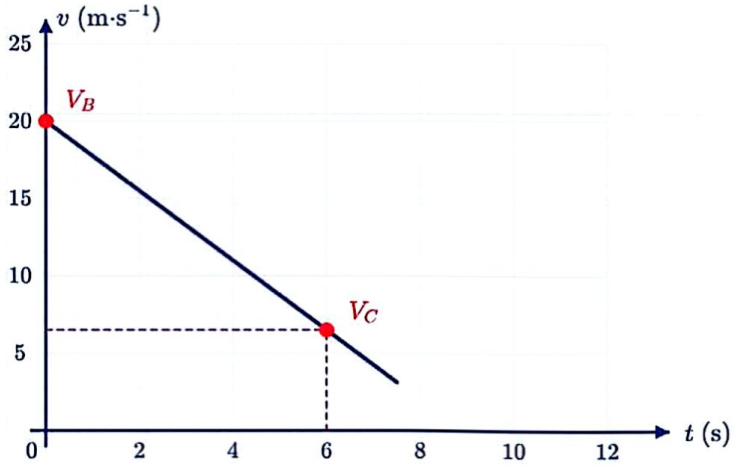


Figure 6 : courbe $v = f(t)$ (une graduation : 2 s en abscisse, 5 m·s^{-1} en ordonnée).

II-1) Quelles sont les forces appliquées sur le skieur et ses accessoires sur la piste BC ?

- **Solution II-1** : le poids $\vec{P}$ (vertical vers le bas), la composante normale $\vec{R}_N$ de la réaction de la piste (verticale vers le haut) et, si la piste n'est pas parfaitement lisse, la force de frottement $\vec{f}$ (horizontale, de sens opposé au mouvement). Les questions suivantes montrent que $\vec{f}$ existe bien.

II-2) Calculer l'énergie cinétique du skieur au point B.

- **Solution II-2** : à $t = 0$ (passage en B), la courbe donne $V_B = 20$ m·s^{-1} :

$$E_c(B) = \frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 20^2$$

$$E_c(B) = 16\,000 \text{ J}$$

II-3) Le skieur passe par le point C à l'instant $t_C = 6$ s.

a) Montrer que le mouvement du skieur sur la piste BC se fait avec frottement, en calculant son travail.

- **Solution a** : à $t_C = 6$ s, la courbe donne $V_C \approx 6{,}5$ m·s^{-1} :

$$E_c(C) = \frac{1}{2} m V_C^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 6{,}5^2 \approx 1690 \text{ J}$$

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 3/3 : EXERCICE 10, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

- **Solution** : sur BC horizontale, $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$ sont perpendiculaires au déplacement : leurs travaux sont nuls. Théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$E_c(C) - E_c(B) = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\vec{R}_N\right) + W\left(\vec{f}\right) = W\left(\vec{f}\right)$$

$$W_{B\to C}\left(\vec{f}\right) = 1690 - 16\,000 \approx -1{,}43 \times 10^4 \text{ J}$$

- **Vérification** : sans frottement, l'énergie cinétique serait constante (vitesse constante sur BC). Le travail trouvé étant non nul (et négatif), il existe une force de frottement qui s'oppose au mouvement ✓.

b) En déduire la valeur de l'intensité de la force de frottement.

- **Solution b** : la force de frottement est constante, de direction celle de BC et de sens opposé au déplacement : $W_{B\to C}\left(\vec{f}\right) = -f \times d$.

$$f = -\frac{W_{B\to C}\left(\vec{f}\right)}{d} = \frac{14\,310}{30}$$

$$f \approx 477 \text{ N} \approx 4{,}8 \times 10^2 \text{ N}$$

- **Vérification** : $E_c(B) - f\,d = 16\,000 - 477 \times 30 \approx 1690 \text{ J} = E_c(C)$ ✓.
- **Remarque** : les vitesses V_B et V_C sont lues sur la courbe, droite de la forme $v = 20 - 2{,}25\,t$ (résultats à 2 chiffres significatifs). La courbe donne $V_B = 20 \text{ m·s}^{-1}$, alors que la question I-3 donne $14{,}1 \text{ m·s}^{-1}$: avec $E_c(B) = 8000 \text{ J}$, on aurait $f \approx 210 \text{ N}$.
- **Remarque** : les données de la partie II ne sont pas cohérentes entre elles : en 6 s, la courbe correspond à une distance $\frac{20+6{,}5}{2} \times 6 \approx 80 \text{ m}$, et non $d = 30 \text{ m}$, et sa pente donnerait $f = m\,|a| = 80 \times 2{,}25 = 180 \text{ N}$. On suit la méthode demandée (travail de $\vec{f}$ sur $BC = 30 \text{ m}$).

MÉTHODE

- Pente sans frottement : $V = \sqrt{2\,g\,L\sin\alpha}$; piste horizontale : $W(\vec{P}) = 0$ et $W(\vec{R}_N) = 0$.
- Frottement : $W(\vec{f}) = E_c(C) - E_c(B) = -f\,d$, vitesses lues sur la courbe $v(t)$.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 1/4 : EXERCICE 11, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

EXERCICE 11 : CHARIOT SUR DES RAILS ABCD

Un chariot (S) de masse $M = 10\ \text{kg}$ est placé sur des rails disposés suivant une trajectoire $ABCD$ contenue dans un plan vertical et composée d'une portion rectiligne horizontale ABC telle que $AB = 0{,}5\ \text{m}$, et d'une portion circulaire CD de rayon r et de centre O, pris comme origine de l'axe vertical Oz passant par C. Dans tout l'exercice, on suppose tout type de frottement négligeable.

Des sportifs entrent en compétition en se prêtant au jeu suivant : un sportif exerce sur (S), initialement au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale et constante tout le long du trajet AB, afin de lui imprimer une vitesse v_B en B. Arrivé en C avec une vitesse $v_C = v_B$, le chariot suit le trajet circulaire qu'il quitte en une position H telle que l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OH}) = \theta$.

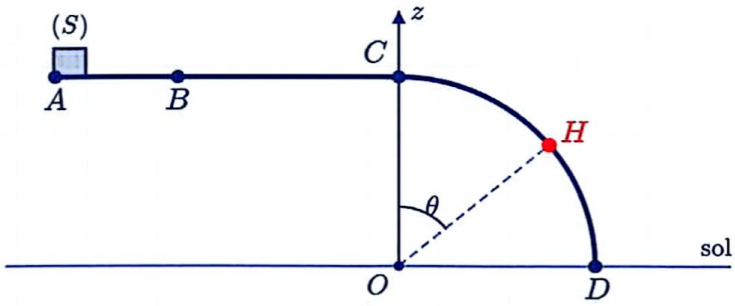
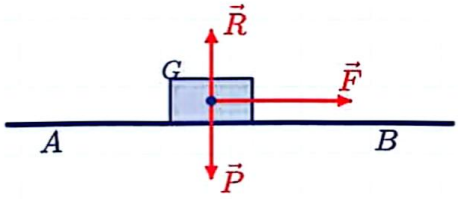


Figure (non à l'échelle) : le chariot (S) est en A à l'instant initial.

1) Mouvement suivant le trajet AB.

a) Représenter les forces que l'on suppose appliquées au centre d'inertie G du chariot.

- **Solution a** : le chariot est soumis à son poids $\vec{P}$ (vertical vers le bas), à la réaction $\vec{R}$ des rails (verticale vers le haut, sans frottement) et à la force $\vec{F}$ (horizontale, dans le sens du mouvement) :



Forces sur AB.

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 2/4 : EXERCICE 11, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

b) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le chariot, montrer que la valeur de la vitesse v_B s'écrit $\|\vec{v}_B\| = \sqrt{\frac{2\,F\cdot AB}{M}}$.

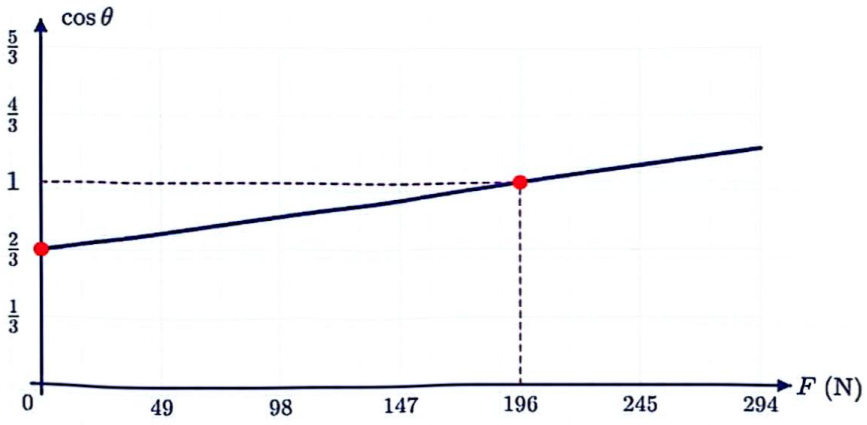
- **Solution b** : entre A (repos) et B, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont perpendiculaires au déplacement : leurs travaux sont nuls. Seule $\vec{F}$, constante et de même direction que AB, travaille :

$$\frac{1}{2}\,M\,v_B^2 - 0 = F \times AB$$

$$\|\vec{v}_B\| = \sqrt{\frac{2\,F\cdot AB}{M}}$$

- **Vérification** : homogénéité : $\mathrm{N\cdot m\cdot kg^{-1}} = \mathrm{m^2\cdot s^{-2}}$, donc la racine est bien une vitesse ✓.

2) Mouvement suivant le trajet circulaire CD. Pour chaque sportif participant à la compétition, on note la valeur de $\vec{F}$ et l'angle θ correspondant à la position H où le chariot quitte les rails entre C et D. Ceci permet de tracer la courbe $\cos\theta = f(F)$.



Courbe $\cos\theta = f(F)$ (une graduation : 49 N en abscisse, $\frac{1}{3}$ en ordonnée).

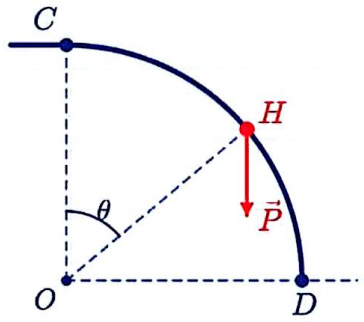
TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 3/4 : EXERCICE 11, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

a) Représenter la ou les forces s'exerçant sur (S) au point H.

- **Solution a** : en H, le chariot quitte les rails : la réaction $\vec{R}$ s'annule ($R = 0$). Seul le poids $\vec{P}$ s'exerce sur (S) :



Au point H, seul le poids $\vec{P}$ s'exerce.

b) En appliquant au point H le théorème du centre d'inertie au système (S), montrer que $v_H^2 = g \cdot r \cdot \cos\theta$.

- **Solution b** : en H, $\sum \vec{F} = \vec{P} = M\,\vec{a}$. Projection sur l'axe normal dirigé vers le centre O : la composante du poids est $P\cos\theta$ et l'accélération normale vaut $\frac{v_H^2}{r}$:

$$M\,g\cos\theta = M\,\frac{v_H^2}{r}$$

$$v_H^2 = g \cdot r \cdot \cos\theta$$

- **Vérification** : pour $\theta = 0$ (décollage en C), $v_C^2 = g\,r$: le poids fournit exactement la force centripète ✓.

c) Montrer que $\cos\theta = \left(\frac{2 \cdot AB}{3\,M\,g\,r}\right) \cdot F + \frac{2}{3}$.

- **Solution c** : de C à H, seul le poids travaille ; H est plus bas que C de $r\,(1 - \cos\theta)$. Avec $v_C^2 = v_B^2 = \frac{2\,F \cdot AB}{M}$:

$$\frac{1}{2}\,M\,v_H^2 - \frac{1}{2}\,M\,v_C^2 = M\,g\,r\,(1 - \cos\theta)$$

$$v_H^2 = \frac{2\,F \cdot AB}{M} + 2\,g\,r\,(1 - \cos\theta)$$

- **Solution** : on égale avec $v_H^2 = g\,r\cos\theta$ (question b) :

$$g\,r\cos\theta = \frac{2\,F \cdot AB}{M} + 2\,g\,r - 2\,g\,r\cos\theta$$

TRAVAIL ET ÉNERGIE CINÉTIQUE

FICHE 4/4 : EXERCICE 11, CORRIGÉ TYPE DÉTAILLÉ

SOLUTION (SUITE)

$$3\,g\,r\cos\theta = \frac{2\,F\cdot AB}{M} + 2\,g\,r$$

$$\cos\theta = \left(\frac{2\cdot AB}{3\,M\,g\,r}\right)\cdot F + \frac{2}{3}$$

- **Vérification** : pour $F = 0$, $\cos\theta = \frac{2}{3}$: le chariot, parti avec une vitesse nulle en C, quitte le quart de cercle à $\cos\theta = \frac{2}{3}$ (résultat classique de la sphère) ✓. C'est l'ordonnée à l'origine de la courbe.

d) En déduire la valeur de r sachant que $g = 9{,}8\ \mathrm{N\cdot kg^{-1}}$.

- **Solution d** : la courbe est une droite : l'ordonnée à l'origine est $\frac{2}{3}$ et elle passe par le point $(196\ \mathrm{N}\ ;\ 1)$. Son coefficient directeur vaut :

$$k = \frac{1 - \frac{2}{3}}{196 - 0} = \frac{1}{588}\ \mathrm{N^{-1}}$$

- **Solution** : d'après la question c), $k = \frac{2\cdot AB}{3\,M\,g\,r}$, d'où :

$$r = \frac{2\cdot AB}{3\,M\,g\,k} = \frac{2\times 0{,}5\times 588}{3\times 10\times 9{,}8} = \frac{588}{294}$$

$$r = 2\ \mathrm{m}$$

- **Vérification** : pour $F = 196\ \mathrm{N}$, $v_B^2 = \frac{2\times 196\times 0{,}5}{10} = 19{,}6\ \mathrm{m^2\cdot s^{-2}} = g\,r = 9{,}8\times 2$ ✓ : le chariot décolle alors dès C ($\cos\theta = 1$).

- **Remarque** : la droite lue sur la figure prolonge la courbe au-delà de $F = 196\ \mathrm{N}$, où $\cos\theta > 1$ n'a pas de sens : pour $F \geq 196\ \mathrm{N}$, le chariot quitte les rails en C. La longueur $AB = 0{,}5\ \mathrm{m}$ n'est pas à l'échelle sur la figure.

MÉTHODE

- Sur la partie horizontale : $\frac{1}{2}\,M\,v_B^2 = F\times AB$; sur le cercle : $v_H^2 = v_C^2 + 2\,g\,r\,(1-\cos\theta)$.
- Décollage en H : $R = 0$, donc $M\,g\cos\theta = M\,\frac{v_H^2}{r}$; coefficient directeur de la droite $\cos\theta = f(F)$: $k = \frac{2\,AB}{3\,M\,g\,r}$.