



**COMPOSITION DU PREMIER TRIMESTRE**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

(Calculatrices non autorisées)

**EXERCICE 1 (6 points)**

Pour chacun des énoncés incomplets ci-dessous, des réponses sont proposées et une seule est juste. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

- $f$  étant une fonction dérivable sur  $]0; +\infty[$ , la primitive de la fonction  $x \mapsto x - \frac{1}{x^2}$  est :  
 a)  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$       b)  $F(x) = 1 + \frac{2}{x^3}$       c)  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$
- La primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $x \mapsto 2 \sin(2t + \frac{\pi}{6})$  est la fonction .....  
 a)  $F(t) = 2 \cos(2t + \frac{\pi}{6})$       b)  $F(t) = -\cos(2t + \frac{\pi}{6})$       c)  $F(t) = \cos(2t + \frac{\pi}{6})$
- La limite en  $+\infty$  de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$  est :  
 a- 1      b-  $+\infty$       c- 0
- Soit  $f(x) = x \ln(x^2)$  pour  $x < 0$ . Alors  $f'(x)$  est égal à :  
 a-  $2(1 + \ln|x|)$       b-  $2(1 + \ln x)$       c-  $\ln(x^2) + \frac{1}{x}$
- L'ensemble des solutions de l'équation  $2 \ln(x) = \ln(2x + 3)$  est :  
 a- L'ensemble vide      b-  $\{-1, 3\}$       c-  $\{3\}$
- On considère l'inéquation :  $\ln(3 - x) \leq 0$ . Elle admet pour ensemble de solutions :  
 a-  $]0; 3]$       b-  $[2; +\infty[$       c-  $[2; 3[$       d-  $]0; 2]$

**PROBLÈME : (9 points)**

**Partie A**

On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x^3 + x^2 + 3x - 1$ .

- Étudier et dresser le tableau de variations de  $g$ . (0,5pt)
- Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$ . (0,25pt)
- Vérifier que  $\alpha \in ]0; 1[$  puis donner le signe de  $g$ . (0,5pt)

**Partie B**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x^2 + 3x + 2|} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^3 + x + 2}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

On note  $(\mathcal{C}_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 2 cm

- Déterminer  $D_f$ , l'ensemble de définition de  $f$ . (0,5pt)

2. Écrire  $f(x)$  sans le symbole de valeur absolue puis calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ . (01 pt)
3. Étudier la continuité et la dérivabilité de  $f$  en  $-1$ . (01pt)
4. Interpréter géométriquement les résultats. (0,5pt)
5. Étudier la dérivabilité de  $f$  en  $-2$ . (0,75pt)
6. Montrer que  $(D) : y = x$  est une asymptote oblique à  $\mathcal{C}f$  en  $+\infty$ . (0,25pt)
7. Étudier la position relative de  $(\mathcal{C}f)$  par rapport à la droite  $(D)$ . (0,25pt)
8. Étudier la branche infinie de la courbe  $(\mathcal{C}f)$  en  $-\infty$ . (0,25pt)
9. Étudier sur  $] -\infty; -2[$  la position relative de  $(\mathcal{C}f)$  par rapport à  $(\Delta) : y = -x - \frac{3}{2}$ . (0,5 pt)
10. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $(\mathcal{C}f)$  avec les axes du repère. (0,5pt)
11. Montrer que  $f$  est dérivable sur  $[-1; +\infty[$  et que pour tout  $x \in [-1; +\infty[$ , on a :

$$f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{(x^2+1)^2}. \quad (0,75\text{pt})$$

12. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  sur les autres intervalles où  $f$  est dérivable. (0,75 pt)
13. Dresser le tableau de variations complet de  $f$ . (0,5 pt)
14. Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $[-2; -1]$  et  $(\mathcal{C}_g)$  sa courbe représentative.  
Montrer que la droite  $(D') : x = -\frac{3}{2}$  est un axe de symétrie de  $\mathcal{C}_g$  (0,25 pt)
15. Tracer  $\mathcal{C}_f$  et ses asymptotes dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (0,5 pt)

## PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Monsieur TRAORE est membre d'une association des jeunes de la ville de Koupéla qui militent dans les œuvres et charité. Tout récemment, lors d'une assemblée générale de l'association, les membres ont décidé de décorer le plafond de la salle avec du bois d'ébène qui coûte 5 000 Frs le mètre carré. Pour avoir une belle décoration, l'ingénieur contacté à cet effet affirme que la zone de décoration doit être limitée par les points images sur le cercle trigonométrique de l'équation :  $\cos 4x - 5 \cos 2x = -1$ . Une unité est égale à 10 mètres. Le bureau de l'association voudrait connaître le coût du bois nécessaire pour la décoration telle qu'a conseillé l'ingénieur.

Son fils Rachid est élève en classe de 1<sup>ère</sup> D dans un collège de la place. Le collège organise une journée gastronomique et une soirée dansante. Pour cela chaque élève désireux de participer doit contribuer 1 000 Frs pour la journée gastronomique et 1 500 Frs pour la soirée dansante. Dans la classe de Rachid comprenant 30 filles et 20 garçons ; 32 élèves ont contribué pour la journée gastronomique, 23 élèves ont contribué pour la soirée dansante et 15 élèves ont contribué chacun 2 500 Frs

Monsieur TRAORE travaille comme chauffeur de camion dans une usine qui fabrique des machines agricoles et son travail consiste à livrer des machines fabriquées au cours de chaque mois à des entreprises agricoles. Cette usine produit en un mois entre 40 et 160 machines agricoles. Le bénéfice réalisé par cette usine chaque mois, exprimé en dizaine de milliers de Frs, est modélisé par la fonction  $g$  définie pour tout réel  $x \in [40; 160]$  par  $g(x) = -x + 200 - \frac{6400}{x}$ .

### Tâches :

1. Quel est le montant total de contribution dans cette classe de 1<sup>ère</sup> D ?
2. Aidez le bureau de ladite association à déterminer le coût total du bois utilisé
3. Déterminer le bénéfice maximal de cette usine par mois ?

---

**BONNE INSPIRATION!!!**