

FICHE DE MATHÉMATIQUES



DERIVÉES

Exercice 1

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{x+1}$$

On note (Cf) la courbe représentative de f dans un repère $(O ; I ; J)$.

1. Montrer que, en utilisant la définition, que f est dérivable en 2 puis préciser $f'(2)$.
2. Donner une équation de la tangente à (Cf) en 2.

Exercice 2

On considère la fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto |x^2 + x - 2|$$

Etudier la dérivabilité de g en -2 et interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 3

On donne la fonction g sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x-2}$.

Etudier la dérivabilité de g en 2 puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Exercice 4

Soit le polynôme f définie par $f(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 1$.

Déterminons les deux premières dérivées de f .

Exercice 5

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle I

Dans chacun des cas suivants, déterminer la dérivée de f sur I .

1. $f(x) = \sin(x^2 + 2)$ $I = \mathbb{R}$

2. $f(x) = (-3x^2 - 4x + 2)^4$ $I = \mathbb{R}$

3. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ $I =]0 ; \frac{\pi}{2}[$

Exercice 6

On considère la fonction f dérivable sur \mathbb{R} et définie par $f(x) = x^3 + 1$.

1. Montrer que f est bijective.
2. f^{-1} est la bijection réciproque de f
 - a) Démontrer que f^{-1} est dérivable en 2 et calculer $(f^{-1})'(2)$.
 - b) f^{-1} est-elle dérivable en 1 ? Justifier votre réponse.

Exercice 7

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + x + 1$ définie et dérivable sur \mathbb{R} .

1. Démontrer que f est une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} .
2. Justifier que sa bijection réciproque f^{-1} est dérivable en 13 et calculer $(f^{-1})'(13)$.

Exercice 8

Soit la fonction f définie sur $] -\infty ; 0[$, par $f(x) = \frac{\sqrt{4+x^2}}{x}$.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en 0. Interpréter graphiquement les résultats.
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3. Justifier que f réalise une bijection de $] -\infty ; 0[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
4. Calculer $(f^{-1})'(-\sqrt{2})$ de deux manières.

SITUATION COMPLEXE

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1 ; 5]$ par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$ ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En argumentant, détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.