

FICHE DE MATHÉMATIQUES



PRIMITIVES

Exercice 1

Soit f dérivable sur \mathbb{R} et définie par :

$f(x) = 2x + \cos x$. Déterminer sur la primitive F de f qui prend la valeur 2 en 0.

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, F et f sont des fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R} .

Démontrer que F est une primitive sur l'intervalle K de f .

1. $F(x) = -x^7 + 3x^5 - 6x - 20$ $K = \mathbb{R}$

$$f(x) = -7x^6 + 15x^4 - 6$$

2. $F(x) = \frac{-2}{\sqrt{\sin x}} - 2010$ $K =]0 ; \pi [$

$$f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^3 x}}$$

3. $F(x) = x^2 \sin x + \cos x$ $K = \mathbb{R}$

$$f(x) = (2x-1)\sin x + x^2 \cos x$$

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I indiqué :

1. $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 - 4x + 3$; $I = \mathbb{R}$ 2. $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{3}$; $I = \mathbb{R}$

3. $f(x) = \frac{-1}{x^3} + \frac{4}{x^2} - 1$; $I =]0 ; +\infty [$ 4. $f(x) = \sqrt{x-1}$; $I = [1 ; +\infty [$

5. $f(x) = (2x+1)(x^2+x-2)^3$; $I = \mathbb{R}$ 6. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$; $I =]1 ; +\infty [$

7. $f(x) = \frac{2x-1}{(x^2-x+3)^2}$; $I = \mathbb{R}$ 8. $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$; $I = \mathbb{R}$

9. $f(x) = \frac{1}{x^2} \left(3 + \frac{4}{x}\right)^4$; $I =]0 ; +\infty [$.

Exercice

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives sur l'intervalle K de la fonction f .

1. $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 5$ $K = \mathbb{R}$

2. $f(x) = \cos x - \sin x$ $K = \mathbb{R}$

3. $f(x) = 3(2x - 4)^{14}$ $K = \mathbb{R}$

4. $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{2x-3}}$ $K =]\frac{3}{2}; +\infty[$

5. $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^5 x}}$ $K =]0; \frac{\pi}{2}[$

6. $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x^4}$ $K = \mathbb{R}_+^*$

7. $f(x) = \sin 2x$ $K = \mathbb{R}$

8. $f(x) = -\sin x$ $K = \mathbb{R}$

Exercice 4

Déterminer sur K , la primitive F de la fonction f prenant la valeur y_0 en x_0 .

$$f(x) = x^2 + 3x - 1 \quad x_0 = 0 \text{ et } y_0 = 2 \quad K = \mathbb{R}.$$

Exercice 5

Soit la fonction rationnelle f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ par : $f(x) = \frac{3x^2 + 4}{(x^2 - 4)^2}$

1. Déterminer deux nombres réels a et b tels que, pour x distinct de -2 et de 2 , on ait :

$$f(x) = \frac{a}{(x-2)^2} + \frac{b}{(x+2)^2}$$

2. En déduire une primitive de f sur $] -2 ; 2[$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =] -2 ; +\infty[$.

a) Déterminer les nombres réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{(x+2)^2}$

b) Déterminer la primitive de f sur l'intervalle I qui prend la valeur 3 en 1 .