

DEVOIR RÉGIONAL 1^{ER} TRIMESTRE
NIVEAU : Tle D



Durée : 4 heures

MATHEMATIQUES

*Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 2/2.
 Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1 (2points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne puis **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N	AFFIRMATIONS
1	Si X est une variable aléatoire définie sur un univers Ω , de fonction de répartition F et prenant pour valeurs les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 alors $F(2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$
2	Soit g une fonction numérique dérivable sur un intervalle I . a et b sont deux éléments de I tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que pour tout x élément de $[a; b]$, $ g'(x) \leq M$, alors $ g(b) - g(a) \leq M b - a $
3	Si la fonction f est décroissante et non majorée sur $]a; b[$, alors $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$
4	Si f est une fonction telle que $\forall x \in]5; +\infty[$, $ f(x) - 2 \leq x + 3$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est vraie.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	Réponses												
		A	B	C										
1	Si f est une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} et définie par $f(x) = x^4$, alors sa courbe sa courbe représentative	admet au point d'abscisse 1 un point d'inflexion	n'admet pas de point d'inflexion	admet au point d'abscisse 0 un point d'inflexion										
2	Si la fonction f est dérivable sur I et la fonction g est dérivable sur J et $f(I) \subset J$ alors la fonction $g \circ f$ est dérivable sur I et on a : $(g \circ f)' = \dots$	$f' \times g'$	$g' \circ f'$	$f' \times (g' \circ f)$										
3	a et b sont des nombres réels strictement positifs. $a = \sqrt[3]{b}$ équivaut à.....	$b = \sqrt[3]{a}$	$b^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{a}$	$b = a^7$										
4	Soit X une variable aléatoire de loi de probabilité définie par : <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-100</td> <td>0</td> <td>100</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{5}{16}$</td> <td>m</td> <td>$\frac{3}{16}$</td> <td>$\frac{1}{16}$</td> </tr> </table> Alors m est égale à	x_i	-100	0	100	200	$P(X = x_i)$	$\frac{5}{16}$	m	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{15}{16}$	1
x_i	-100	0	100	200										
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{16}$	m	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$										

EXERCICE 3 (2,5points)

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{x^2-4}{3-\sqrt{-1-5x}}$.

- 1) Justifie que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty; -\frac{1}{5}] \setminus \{-2\}$
- 2) Calcule la limite de f en $-\infty$
- 3) Démontre que la limite de f en -2 est égale à $-\frac{24}{5}$
- 4) Déduis des questions précédentes que f admet en -2 un prolongement par continuité h que tu définiras.

EXERCICE 4 (3,5points)

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants :

- 80% des élèves interrogés sont contre les congés anticipés ;
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10% ont eu la moyenne au premier trimestre ;
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90% ont eu la moyenne au premier trimestre

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les événements suivants :

F : «l'élève est favorable aux congés anticipés » ;

M : «L'élève a eu la moyenne au premier trimestre».

- 1) Dresse un arbre pondéré traduisant cette situation.
- 2) a) Détermine la probabilité de l'évènement l'élève a eu la moyenne au premier trimestre sachant qu'il est favorable aux congés anticipés.
b) Calcule la probabilité de l'évènement A : «l'élève est contre les congés anticipés et a eu la moyenne au premier»
- 3) Justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{37}{50}$.
- 4) L'élève n'a pas eu la moyenne au premier trimestre. Calcule la probabilité qu'il soit favorable aux congés anticipés.

EXERCICE 5 (5points)

On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 - \sqrt{x+1}$ de représentative graphique (C) dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 1 cm).

- 1) a) Etudie la dérivabilité de f à droite de -1 .
b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
- 2) a) Calcule la limite de $f(x)$ en $+\infty$ et la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$
b) Donne une interprétation graphique des résultats obtenus.
- 3) Soit g la fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par : $g(x) = -1 + 4x\sqrt{x+1}$
a) Démontre que : $\forall x \in]-1; +\infty[f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$
b) On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[-1; +\infty[$ avec $1,2 < \alpha < 1,3$ et $\forall x \in [-1; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$,
Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.
- 4) Détermine une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 3 .
- 5) Démontre que $f(\alpha) = \alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}$
- 6) a) Soit h la restriction de f à $[\alpha; +\infty[$; démontre que h réalise une bijection de $[\alpha; +\infty[$ vers un intervalle K que tu détermineras. On note h^{-1} sa bijection réciproque.

- b) Calcule $h(3)$ et justifie que h^{-1} est dérivable en 7
 - c) Calcule $(h^{-1})'(7)$
- 7) Construis (C) et (T) dans le même repère (O, I, J) .

EXERCICE 6 (5points)

Dans une commune du district d'Abidjan, la Mairie a créé des parkings payants pour les véhicules. Le prix du stationnement dans ces parkings est de 2000F par jour. Par ailleurs le stationnement en tout autre endroit est interdit et l'amende à payer liée à cette infraction est égale à 5000F.

La probabilité pour un automobiliste d'être interpellé par la police municipale pour stationnement interdit et d'avoir alors à payer l'amende est égale à $\frac{4}{5}$.

Monsieur SEKONGO, exerçant dans ce quartier, informe son collègue de travail qu'il paye en moyenne 4800F pour trois (03) jours de stationnement par semaine dans les parkings payants. Il estime que les stationnements payants lui reviennent trop chers et décide de se garer en stationnement interdit trois (03) fois dans la semaine, mais son collègue ne partage pas son avis. Une discussion s'engage entre eux. En utilisant tes connaissances mathématiques de la terminale D, dis lequel des deux collègues a raison.