(+225) 0142703981 --------
(+225) 0546234623 --------
Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle D	Séance N°...

FICHE DE MATHS N°2

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN : SERIE 2 (DERIVEES ET INTEGRALES)

EXERCICE 1

Déterminer sur l'intervalle I, la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \ln(3x^2 + 4x - 2)$; $I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \ln|5x^2 + 2x - 3|$; $I =]-\infty ; -1[$
3. $f(x) = \ln\left(\frac{7-x}{3x+4}\right)$; $I =]-\frac{4}{3} ; 7[$
4. $f(x) = \ln\sqrt{2x^2 - 1}$; $I =]\frac{\sqrt{2}}{2} ; +\infty[$

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants on admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle I ; Calculer la fonction dérivée f'de f.

1. $f(x) = \ln(1 + x^2)$; $I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$; $I =]1 ; +\infty[$
3. $f(x) = \ln(x - 1) - \ln x$; $I =]1 ; +\infty[$
4. $f(x) = \frac{1}{x} - \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$; $I =]0 ; +\infty[$
5. $f(x) = \ln(\ln x)$; $I =]e ; +\infty[$
6. $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$; $I =]1 ; +\infty[$

EXERCICE 3

Déterminer sur l'intervalle K, les primitives de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = -\frac{1}{x}$ $K =]-\infty ; 0[$
2. $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ $K =]\frac{\pi}{2} ; 0[$
3. $f(x) = \frac{3}{4-x}$ $K =]-\infty ; 4[$

EXERCICE 4

Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$; $I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \tan x$; $I =]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$
3. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$; $I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$; $I =]1 ; +\infty[$

EXERCICE 5

Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de f à l'endroit indiqué :

1. $f(x) = \dfrac{\ln x - 1}{x}$; en 0
2. $f(x) = -x + \ln x$; en $+\infty$
3. $f(x) = \dfrac{1}{x} - \ln x$; en 0
4. $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$; en 0
5. $f(x) = x + x\ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)$; en $+\infty$
6. $f(x) = \dfrac{(\ln x)^2}{x}$; en $+\infty$

EXERCICE 6

Dans chacun des cas suivants calculer les limites de f aux bornes de l'intervalle I

1. $f(x) = \dfrac{1}{\ln x}$; $I =]1; +\infty[$
2. $f(x) = x(1 - \ln x)$; $I =]0; +\infty[$
3. $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x-4}\right)$; $I =]-\infty ; -1[$
4. $f(x) = \dfrac{x+1}{\ln x}$; $I =]1; +\infty[$
5. $f(x) = x + \ln(x + 1) - \ln x$; $I =]0; +\infty[$

PROBLEME 2

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 4x^2 - \ln x + 1$.

1. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2. a) Montrer que $\forall\ x \in]0 ; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{8x^2 - 1}{x}$.

   b) Etudier le signe de $g'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.

3. Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
4. Démontrer que $\forall\ x \in]0 ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} + 4x - 2$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) unité graphique : 2 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

   b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

   c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 4x - 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$.

   b) Etudier la position relative de (C) et de (D).

3. a) Vérifier que $\forall\ x \in]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

   b) En déduire les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

4. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $\dfrac{1}{2} < \alpha < 1$.

   b) Déterminer une primitive F de f sur $]0 ; +\infty[$.

   c) Calculer $F(e) - F(1)$.

5. Construire (C), (C'), et (D).