



# FICHE DE MATHS N°1



## EXERCICE 1

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  dans chacun des cas suivants :

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln(x - 2)$$

2.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln(x - 2) + \ln(9 - 2x)$$

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln|x - 2|$$

4.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln\left(\frac{x+1}{x-3}\right)$$

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln\left|\frac{x+1}{x-3}\right|$$

## EXERCICE 2

1. Exprimer chacun des nombres suivants en fonction de  $\ln 3$  et  $\ln 5$  :

$$\ln 15 ; \ln 45 ; \ln \frac{25}{2} ; \ln 75 \sqrt{5}.$$

2. Démontrer que  $\ln(2 + \sqrt{3}) + \ln(2 - \sqrt{3}) = 0$ .

3. Dans chacun des cas suivants, comparer sans utiliser la calculatrice les nombres  $x$  et  $y$  :

a)  $x = \ln 5$  et  $y = \ln 2 + \ln 3$

b)  $x = 2\ln 3$  et  $y = 3\ln 2$

4. Simplifier les écritures suivantes :

$$a = \ln 567 - \ln 72 - \ln \frac{7}{8} + \ln \frac{1}{27}$$

$$b = \ln \sqrt{135} + \ln \sqrt{75} - \ln \sqrt{15} - \ln \sqrt{27}$$

## EXERCICE 3

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des équations suivantes :

1.  $\ln(4 - x) = \ln(x - 3)$

2.  $\ln|2x + 1| = 0$

3.  $\ln(x - 4) = 2$

4.  $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) = \ln(5 + x)$

5.  $\ln^2 x + \ln x - 6 = 0$

#### EXERCICE 4

Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  chacun des systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} 2 \ln x - 2 \ln y = -2 \\ 3 \ln x + \ln y = 5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y = 7 \\ \ln x + \ln y = 12 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (\ln x)(\ln y) = 11 \\ \ln(xy) = 12 \end{cases}$$

#### EXERCICE 5

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des inéquations suivantes :

1.  $\ln(4 - x) \leq \ln(x - 3)$
2.  $\ln|2x + 1| < 0$
3.  $\ln^2 x + \ln x - 6 > 0$

### PROBLEME 1

1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = x - 2 - 2x \ln x$ .

- a. Détermine son sens de variation.
- b. Dédus-en le signe de  $f(x)$ .

2. Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0 ; 2[ \cup ]2 ; +\infty[$  par :  $g(x) = \frac{\ln x}{(x-2)^2}$ .

On note  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

a. Calcule les limites de  $g$  aux bornes de son ensemble de définition.

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

b. Démontre que : pour tout  $x$  de  $]0 ; 2[ \cup ]2 ; +\infty[$ ,  $g'(x) = \frac{f(x)}{x(x-2)^3}$ .

c. Détermine le sens de variation de  $g$  et dresse son tableau de variation.

d. Détermine une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse 1.

e. Construis  $(C)$  et  $(T)$  dans le repère  $(O, I, J)$  (unité 2 cm).