

FICHE DE MATHS

FONCTION EXPONENTIELLE



Exercice 1

Ecris plus simplement chacun des nombres suivants :

$$A = \frac{e^6}{e^3} ; B = \frac{e^{-3}}{e^{-7}} ; C = \frac{e^5 \times e^{-2}}{e^3} ; D = e^6 \times e^{-4} ; E = (e^{-4})^3$$

Exercice 2

Ecris plus simplement chacune des expressions suivantes :

a) $(e^x)^3 e^{2x}$

b) $\frac{e^{3x}}{(e^{-x})^2}$

c) $\frac{e^x e^y}{e^{x-y}}$

Exercice 3

Résous dans \mathbb{R} chacune des équations proposées :

a) $e^{3-x} = 1$

b) $e^{2x^2+3} = e^{7x}$

c) $(e^x - 2)(e^{-x} + 1) = 0$

d) $2 - e^x = 0$

Exercice 4

Détermine la limite des fonctions suivantes en a :

a) $f(x) = e^x - 2x + 1, a = -\infty$; b) $g(x) = -e^x - x - 3, a = +\infty$;

c) $h(x) = xe^x - x^2 - 2x + 2, a = 0$.

Exercice 5

Détermine la limite des fonctions suivantes en a :

a) $f(x) = (2x + 1) e^x + \frac{1}{x},$ pour $a = +\infty$;

b) $g(x) = (2x - 3)e^{-x},$ pour $a = -\infty$;

Exercice 6

Détermine la limite des fonctions suivantes en $+\infty$ et en $-\infty$:

a) $f(x) = (2 - 3x) e^x$; b) $g(x) = (x + 1) e^{-x}$; c) $h(x) = 3 - 2x + e^x$

Exercice 7

Dans chacun des cas suivants, on admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} .

Calcule la fonction dérivée de f .

a) $f(x) = e^{-2x+1}$ b) $f(x) = x + 2 - e^x$ c) $f(x) = (1 - x)e^x$

Exercice 8

Détermine la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = (-2x+5)e^x \quad ; \quad g(x) = (-3x^2 + 5)e^x \quad ; \quad h(x) = \frac{e^x - 1}{x+1} \quad ; \quad k(x) = \frac{e^x + 2}{e^{x-1}} .$$

Exercice 9

Dans chacun des cas suivants, détermine une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} .

a) $f(x) = e^{-4x} + 2x$ b) $f(x) = 2xe^{x^2}$
c) $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$ d) $f(x) = x - 5 + 3e^{-2x+1}$

Exercice 10

Détermine une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^2 e^{x^3} \quad ; \quad g(x) = e^x + 1 \quad ; \quad h(x) = 2xe^{x^2-1} .$$

Exercice 11

Résous dans \mathbb{R} les équations suivantes : (1) $e^{(-x^2+2x+4)} = 5$, (2) $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

Exercice 12

Résous dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

(1) $e^{2x} - 3e^x + 2 < 0$

(2) $e^{(-x^2 + 2x + 4)} > 1$

Exercice 13

Résous dans \mathbb{R} les équations suivantes d'inconnue x en posant $X = e^x$.

a) $e^{2x} + e^x + 3 = 0$;

b) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$;

c) $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$;

d) $-3e^{2x} - 9e^x + 12 = 0$.

Exercice 14

Résous dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

a) $2e^{2x} - 3e^x - 2 \leq 0$; b) $(e^x + 1)(e - x - 1) \leq 0$; c) $\frac{e^x + 1}{x + 2} \geq 0$; d) $\frac{x(e^{-x} - 1)}{x - 3} \geq 0$.

Exercice 15

Résous dans \mathbb{R} l'équation suivante : $2^x + 1 + 2^{-x} = 0$

Exercice 16

1. On donne $p(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$.
 - a) Vérifie que $p(-1) = 0$
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante :
$$2e^{3x} - 7e^{2x} - 5e^x + 4 < 0.$$

Exercice 17

Calcule la dérivée et étudie les variations de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = xe^{2x} - 1 \quad ; \quad g(x) = x - 1 + e^x$$

Exercice 18

Détermine la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune des fonctions suivantes :

$$\text{a) } f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x + 2} \quad ; \quad \text{b) } g(x) = \frac{e^x + 2}{x + 2} \quad ; \quad \text{c) } h(x) = \frac{xe^x}{x + 1}$$

Exercice 19

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 2)e^x$

- a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- b) Calcule la dérivée f' de f
- c) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.

Exercice 20

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 - 4)e^{2x}$

- 1) Détermine les nombres réels α ; β et γ pour que la fonction F définie sur \mathbb{R} par :
$$F(x) = (\alpha x^2 + \beta x + \gamma)e^{2x}$$
 soit une primitive sur \mathbb{R} de la fonction f
- 2) Détermine la primitive sur \mathbb{R} de la fonction f qui s'annule en 0

PROBLEME 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est le centimètre.

On considère la fonction f dérivable et définie sur $]-\infty ; 2]$ par $f(x) = (-2x + 3)e^x$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J) .

1. calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, puis interprète graphiquement ce résultat.
- 2.a) détermine $f'(x)$ sur $]-\infty ; 2]$
 - b) Etudie le signe de la dérivée f' sur $]-\infty ; 2]$ et Dédus-en les variations de f sur $]-\infty ; 2]$.
 - c) Dresse le tableau de variation de f sur $]-\infty ; 2]$.
3. Soit A le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses et B le point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.

Détermine les coordonnées respectives des points A et B .

4. Construis (C) sur l'intervalle $]-\infty ; 2]$.

PROBLEME 2

PARTIE A

On considère la fonction g de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $g(x) = 1 - x - 2e^{-x}$.
Etudier les variations de g (on ne demande pas de calculer les limites).

- a) Calculer $g(\ln 2)$.
- b) En déduire que pour tout réel x ; $g(x) < 0$.

PARTIE B

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle $f(x) = e^{-x}(x + e^{-x})e^{-x}$
On appelle (C) sa représentation graphique dans le repère orthonormé (O ; I ; J). Unité graphique 2cm.

- 1- a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Interpréter graphiquement le résultat.
- 2- a) Montrer que $f(x) = e^{-2x}(xe^x + 1)$.
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.
 - a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = e^{-x}g(x)$.
Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
- 5- a) Justifier que f est une bijection puis dresser le tableau de variation de f^{-1} .
 - b) Calculer $f(0)$
 - c) Calculer $(f^{-1})'(1)$.
 - d) Tracer (T) ; (C) et (C') la courbe de f^{-1} .

PARTIE C

On considère la fonction F de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par: $F(x) = e^{-x}(ax + b + ce^{-x})$.

- 1) Déterminer les réels a ; b et c pour que F soit une primitive de f .
- 2) Déterminer une primitive F de f qui prend la valeur 0 en 1