(+225) 0142703981 --------
(+225) 0546234623 --------
Tehua.unasfa@gmail.com

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle D	Séance N°...

FICHE DE MATHS

NOMBRES COMPLEXES 1

EXERCICE 1

Recopie et complète le tableau suivant :

Module	Argument	Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme exponentielle
				$5e^{-i\frac{\pi}{2}}$
			$3\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]$	
		$-2\sqrt{3} + 2i$		
$\sqrt{2}$	$-\frac{\pi}{4}$			

EXERCICE 2

Soit les nombres complexes : $Z_1 = 1 + i$ et $Z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

1) Déterminer $|Z_1|$ et $|Z_2|$

2) Déterminer : arg (Z_1) et arg (Z_2)

3) En déduire le module et un argument des nombres complexes suivants :

$Z_1 = (1 + i)(1 + \sqrt{3}i)$; $Z_2 = \frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}$ et $Z_3 = (1 + i)^7$

EXERCICE 3

Soit les nombres complexes : $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 2i$; $z_3 = 5$ et $z_4 = 1 - i\sqrt{3}$

1) Déterminer le module et un argument des nombres complexes ci – dessus.

2) En déduire leur forme trigonométrique puis leur forme exponentielle.

EXERCICE 4

1) En utilisant la formule du Binôme de Newton, déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants : $Z_1 = (2 + 3i)^3$; $Z_2 = (-1 - 5i)^5$;

2) Calculer les nombres complexes suivants : $Z_1 = (\sqrt{3} + i)^{20}$; $Z_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{2001}$

EXERCICE 5

Soient $z_1 = \frac{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 - i$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$

1) Calculer le module et un argument de z_1, z_2 et Z.

2) Déterminer le module et l'argument principal de Z.

3) Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 6

Déterminer les racines carrées des nombres complexes suivants :

$z_1 = 5 + 12i$; $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$; $z_3 = -1 - i$.

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :

$(E_1) : 4z^2 - 12z + 25 = 0$; $(E_2) : -3z^2 - 2z + 1 = 0$

$(E_3) : z^2 + (1 - 2i)z - 2i = 0$; $(E_4) : z^2 + 9 = 0$

$(E_5) : iz^2 + 4(2 + i)z + 3i + 8 = 0$; $(E_6) : -(4+2i)\, z^2 + (7 - i)z + 1 + 3i = 0$

EXERCICE 8

On considère $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$.

1. a) Montre que $2i$ est une solution de l'équation $(E) : P(z) = 0$.
   b) Détermine les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$.
2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4$. En déduire $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation (E).
3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique : 2 cm.

On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $\sqrt{3} + i$; $1 + i$; $\sqrt{3} - i$ et $2i$.

   a) Détermine le module et l'argument principale de z_A , z_B et z_C.
   b) Place les points A, B, C et D dans le repère.
   c) Démontre que le triangle OAC est équilatéral.

4. On pose : $Z = \frac{z_A}{z_B}$.
   a) Ecris Z sous forme algébrique et sous la forme trigonométrique.
   b) Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{-\pi}{12}\right)$.