TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES

THEME : *Probabilité*

NIVEAU : *Terminale C, D,E,F*

Prof: *Mr Socrate-Ahmmed (+242) 06 593 41 78 / 05 716 88 70*

Email: *Socrateahmmedonanga@gmail.com*

EXERCICE 1

1)-Calculer les expressions suivantes :

a)- $5!$; $7!$; $(2^3)!$; $\frac{8!}{6!}$

b)- A_8^3 ; A_{10}^4 ; A_{10}^{10} ; C_5^2 ; C_8^3 ; C_{10}^{10}

c)- $\frac{C_{10}^5}{C_{10}^3}$; $\frac{A_8^5}{A_8^1}$; $C_{15}^{14} + C_3^0$; $A_{15}^{14} + A_3^0$

2)-Résoudre dans $\mathbb{N}^*$ les équations

a)$C_n^5 = 220$ b)$C_n^2 = 5n$ c)$C_n^2 = 45$ d)$C_n^3 = 2n$ e)$A_{n+1}^3 = n(n^2 - 1)$ f)$A_n^2 = n(2n + 5)$

g)$C_n^5 = C_n^7$ h)$A_n^2 = 90n$ i)$C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7}$ j)$C_n^2 = 190$ k)$2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$ l)$C_n^1 + C_n^2 = 10$

m)$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 475n$ n)$C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \frac{7}{2}n$ o)$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 387n$ p) $n^2 + 3C_n^5 = 1$

3)- Vérifier par calcul les égalités suivantes :

a) $C_n^p = C_n^{n-p}$ b) $C_{n+1}^{p+1} = C_n^{p+1} + C_n^p$ d)$\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!} = \frac{n^2}{(n+1)!}$

4)- Ecrire à l'aide des factoriels

a) $4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 =$

b) $12 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 = 0$

c) ANE; d) AABCC; c) AHMMED

5)- Soit E un ensemble, A et B deux sous ensemble de E tels que :

E={(0,1,2,3,4,5)}

A={(0,2,5)} B= {(1,3,5)}

a) Calculer: card(E), card(A), card(B)
b) Determiner card$\mathcal{P}$(A) puis l'ensemble $\mathcal{P}$(A)
c) Trouver les ensembles $\bar{A}$; $\bar{B}$; $(A \cap B)$; $(A \cup B)$; $(\bar{A} \cap B)$; $(A \cup \bar{B})$
d) Vérifier si A et B sont disjoints.
e) Determiner card $(A \times B)$ puis l'ensemble $(A \times B)$
f) A l'aide de la formule du binôme de Newton : Développer $(x - 1)^4$ et $\left(1 - \sqrt{3}\right)^6$

EXERCICE 2

Parmi les 80 filles qui étudiaient au lycée Ahmmed-Traôré,36 sont devenues salariés,39 sont mères de familles,15 sont salariés et mères de familles. On choisit une femme au hasard parmi les 80. On considère les évènements suivant :

A :<< La femme choisit est salariée >>

B :<< La femme choisit est mère de famille >>

1)-Compléter le tableau

	B	$\bar{B}$	TOTAL
A			
$\bar{A}$			
TOTAL			

2)-Définir par une phrase les évènements suivants :

$\bar{A}; \bar{B}; (A \cap B); (\bar{A}; \bar{B}); (\bar{A} \cap B); (A; \bar{B});$

$(A \cup B); (\bar{A} \cup \bar{B}); (\bar{A} \cup B); (A \cup \bar{B})$

3)-Calculer le cardinal de chacun des évènements ci-haut.

EXERCICE 3

Une urne contient 4 boules vertes,3 boules rouge et 5 boules blanche toute indiscernable au toucher. On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1)-Quelle est le nombre de tirage possible ?

2)-Combien de tirage contient exactement deux boule blanche ?

3)-Combien de tirage d'une boule rouge et au moins d'une boule verte ?

4)-Combien de tirage contient 3 boules de même couleurs ?

EXERCICE 4

Une urne contient 6 boules blanches et 7 boules noires :

1)-On tire successivement et sans remise 3 boules dans le sac. Quel est la probabilité d'obtenir ;

a)- 3 boules blanches :

b)- 3 boules noires ;

c)- 1 boules blanches et 2 boules noires ;

d)- 1 boules noires et 2 boules blanches ;

e)- 3 boules de meme couleurs ;

f)- Au-moins 2 boules noires ;

g)- Au-plus 1 boule blanche ;

2)Cette fois-ci, on tire successivement avec remise 3 boules dans l'urne. Déterminer les mêmes probabilités.
3)- Déterminer les mêmes probabilités si on tire simultanément 3 boules de l'urne.

EXERCICE 5

Un sac continent 8 jetons indiscernable au toucher dont 5 jetons sont noirs. On tire simultanément 6 jetons du sac.
1)-Calculer la probabilité d'obtenir exactement 3 jetons noires.
2)-On répète l'épreuve 10 fois la suite de façon identique et indépendantes le tirage simultané au hasard de 6 jetons du sac.
  a)-Calculer la probabilité d'obtenir exactement six fois 3 jetons noirs a l'issue de l'épreuve.
  b)-Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart types de x.

EXERCICE 6

Un sac contient 8 billes blanches et 12 billes noirs. On tire deux boules successivement :
1)-Quelle est la probabilité pour que la première bille tirée soit blanche et la deuxième tirée soit noir si la première est remise dans le sac.
2)-Si la première n'est pas remise dans le sac avec la deuxième.

EXERCICE 7

Un sac contient 10 jetons chacun de forme identiques 5 portent le numéro1; 4 jetons portent le numéro 2 et 1 jetons portent le numéro 3.
L'expérience consiste à tirer dans le sac successivement sans remise 3 jetons ceux-ci sont alignés de gauche a droite de façon à obtenir un nombre de 3 chiffres. On suppose que tous les tirages sont équitables. Quelle est la probabilité d'obtenir :
1)- A « un nombre dont les 3 chiffres sont deux à deux distinct »
2)- B « obtenir le nombre 111 »
3)- C « obtenir le numéro 122 »

EXERCICE 8

Une urne contient neuf (09) boules indiscernables au toucher numéroter de 1 à 9. On tire au hasard une boule et on note le numéro tire. Soit les évènements suivants :
A « le numéro tire est un nombre impair »
B « le numéro tire est un multiple de 3 »
Quelle est la probabilité de tiré un multiple de 3 parmi les cinq nombres impairs.

EXERCICE 9

On lance trois fois une pièce de monnaie par faite

1)-Dresser un arbre de choix traduisant cette situation

2)-Quelle est le nombre de résultat contenant :

a)- Deux fois piles ?

b)- Au moins une fois face ?

c)- Au plus deux fois piles ?

EXERCICE 10

Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément et au hasard 5 cartes

1)-Quelles est le nombre de tirage possible.

2)-Calculer les cardinaux des évènements suivants :

a)- A « on tire 5 cartes de même couleur »

b)- B « on tire 2 as exactement »

c)- C « on tire au-moins un cœur »

d)- D « on tire au-plus 2 dames »

EXERCICE 11

Une urne contient 2 boules rouges, 3 boules noirs et une boule jaune toute indiscernable au toucher. On tire successivement avec remise 3 boules :

1)- Quelle est le nombre de tirage possible.

2)- Quelle est le nombre de tirage contenant :

a)- A « trois boules de couleur différentes »

b)- B « 2 boules jaunes exactement »

c)- C « au-moins 2 boules rouges

d)- D « au-plus 2 boules noires »

3)-On tire maintenant 3 boules successivement avec remise ; même question que 1).

EXERCICE 12

Une boite contient 10 piles électriques dont 3 sont défectueuses. On tire au hasard et simultanément 2 piles de cette boite. Calculer la probabilité pour que :

1- Aucune pile tirée soit défectueuse
2- Exactement une pile soit défectueuse
3- Au-moins une pile défectueuse
4- Aux plus deux piles soit défectueuse

EXERCICE 13

Une urne contient 3 boules rouges, 2 boules noires et une boule jaune toute indiscernable au toucher. On tire successivement 3 boules dans l’urne avec remise

1)-Quelle est le nombre de tirage possible

2)-Calculer la probabilité des évènements suivants :

a)- A « on tire 3 boules de même couleur »

b)- B « on tire 3 boules de couleur diffèrent »

c)- C « on tire au-moins une boule noire »

d)-D « on tire deux boules jaunes puis une boule rouge »

EXERCICE 14

Un sac contient 26 jetons représenté par les 26 lettres de l’alphabet française dont 20 consonnes et 6 voyelles.

1)-On tire simultanément 5 jetons du sac :

a)- Déterminer le nombre de tirage possible.

b)- Déterminer le nombre de tirage contenant que des consonnes.

c)- Déterminer le nombre de tirage contenant exactement 2 voyelles.

d)- Déterminer le nombre de tirage contenant au-moins une voyelle.

2)- On tire successivement 5 jetons du sac sans remise :

a)- Déterminer le nombre total de tirage possible.

b)- Déterminer le nombre de tirage contenant que des consonnes.

c)- Déterminer le nombre de tirage contenant exactement 2 voyelles.

EXERCICE 15

2% sont malade, on fait un test de dépistage si un individu est malade le test (T>o) à 95%, si un individu est sain le test (T<o) à 98%. On choisit une personne au hasard :

M « la personne est malade » et T « test positif »

1)-Dresser un arbre de probabilité.

2)-Calculer la probabilité des éléments suivants :

$(M \cap T)$;$(M \cap \overline{T})$;$(\overline{M} \cap T)$;T ;$\overline{T}$

EXERCICE 16

Dans un département congolais, il a été établi que : 80% des salariés sont dans le secteur privée, les restes des salariés étant dans les secteur public ;

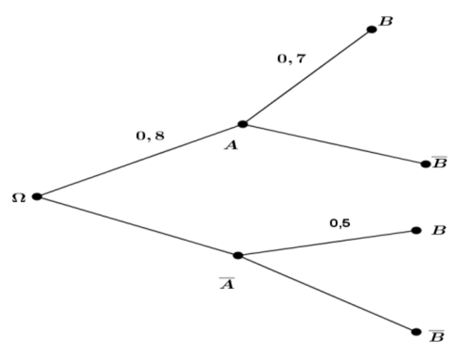
*Parmi les salariés du secteur privée 5% sont syndiques.

*Parmi les salariés du secteur public 15% sont syndiques.
On choisit une personne au hasard parmi les salariés de se département. On note :
A « l'évènement la personne est salarié du secteur privée »
S « l'évènement la personne est syndiquée »
1)-Calculer la probabilité suivantes : P(A) ;P($\bar{A}$) ,P_A(S) et $P_{\bar{A}}(S)$
2)-Construire l'arbre de probabilité.
3)-Calculer la probabilité que la personne choisie soit syndiquée
4)-Calculer la probabilité que la personne choisie soit un salarié syndiqué du secteur public
5)-Calculer la probabilité suivante : P(S) ; P($\bar{S}$)

EXERCICE 17

On considère deux événements A et B liés a une expérience aléatoire modélisée par l'arbre ci-dessous

1- Que signifie les nombres suivants : 0,7; 0,8; 0,5
2- Compléter l'arbre de probabilité manquant
3- Calculer la probabilité de $(A \cap B)$
4- Calculer la probabilité de B et $\bar{B}$
5- Calculer la probabilité de $(\overline{A \cup B})$ et $(A \cup B)$.



" Seul le travail et les sacrifices que tu entreprends aujourd'hui payeront un jour, car c'est bien de souffrir aujourd'hui pour mieux vivre demain "

« Mr. SOCRATE-AHMMED (+242) 06 593 41 78 »

Pour le compte des Mathématiques sans frontières

EXERCICE 18

Un élève sérieux de la terminale S à 80% de chance d'avoir son baccalauréat au mois de juin, pendant les grandes vacances qui suivent il passe un concours pour intégrer une école professionnelle. Le concours est couvert à tous les élèves (bachelier ou non), mais notre candidat a 60% de chance d'être admis dans cette école s'il est bachelier soit 30% on note
B « l'évènement ou l'élève a réussi son baccalauréat »
A « l'évènement ou l'élève est admis dans l'école professionnelle »
1)-Construire l'arbre de probabilité correspondant à cette expérience aléatoire.
2)-Calculer la probabilité que l'élève soit admis dans cette école.

3)-Calculer la probabilité que l'élève réussisse à son baccalauréat et soit amis à l'école.
4)-Calculer la probabilité pour que l'élève ne réussisse pas à son baccalauréat et ne soit a admis à l'école.

EXERCICE 19

Deux grossistes produisent les bulbes de tulipes.
*Le premier des bulbes a fleurs rouges dont 90% donne une fleur.
*Le second des bulbes a fleurs jaunes dont 80% donnent une fleur. Un horticulteur achète 70% des bulbes qu'il cultive au premier grossiste et le reste au second, une bulbe tulipes donne au plus une fleur. L'horticulteur plante un bulbe au hasard : on notera
G_1 « évènement le bulbe provient du 1er grossiste »
G_2 « évènement le bulbe provient du 2er grossiste »
F « évènement le bulbe donne une fleur »
1)-Dresser l'arbre de probabilité.
2)-Déterminer la probabilité des évènements suivantes :
a)- obtenir une fleur rouge.
b)- obtenir une fleur jaune.
c)- obtenir des fleurs.
d)- ne pas obtenir des fleurs.

EXERCICE 20

Dans une école de 60 élèves un Sandage d'opinion sur l'utilisation du préservatif a donné les résultats suivants :

	Filles	Garçons
Pour	24	16
Contre	12	8

On définit les événements suivants :
P « l'élève est pour l'utilisation du préservatif »
G « l'élève est un garçon »
F « l'élève est une fille »
1)-Construire l'arbre de probabilité
2)-Déterminer la probabilité des évènements : P ;G ;F ;$(P \cap G)$; $(P \cap F)$
a)- les évènement P et G sont -ils indépendants.
b)- les événement P et F sont-ils indépendants.
3)- On choisit au hasard une fille. Déterminer la probabilité qu'elle soit pour l'utilisation du préservatif.

4)-On choisit au hasard un garçon. Déterminer la probabilité qu'il soit pour l'utilisation des préservatifs.

EXERCICE 21

Un Sondage effectué à la ville de Brazzaville à propos de la construction d'un pont reliant Brazzaville à Kinshasa donne les résultats suivants 60% des personnes interrogées sont contre la construction de ce pont. Parmi les personnes qui sont contre la construction 80% sont des écologistes. Parmis les personnes favorables à la construction 35% sont des écologistes. On note :
C « évènement ou la personne est contre la construction »
E « évènement ou la personne est écologiste »
1)-Traduisons les pourcentages de l'énoncé en langage de probabilité.
2)-Construire l'arbre de probabilité.
3)-Déterminer les probabilités que la personne interrogée soit écologiste après avoir calculer $P(E \cap C)\ et\ P(E \cap \bar{C})$.
4)-Déterminer la probabilité que la personne interrogée soit favorable pour la construction du pont.
5)-Déterminer la probabilité de l'évènement la personne interrogée soit favorable à la construction sachant qu'elle n'est pas écologiste.
6)-Déterminer la probabilité de l'évènement que la personne interrogée soit contre la construction sachant qu'elle est écologiste.

EXERCICE 22

Une urne contient trois boules rouges et quatres boules bleus. On tire deux boules simultanément et au hasard. On gagne 100frs pour la boule rouge tiré. Une partie est fixé à 100frs, on désigne par X la variable aléatoire associés à la somme gagnée en francs.
1)-Déterminer le nombre de cas possible.
2)-Déterminer les valeurs prise par X.
2)-Donner la loi de probabilité de X.
3)-Déterminer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.
4)-Un joueur avisé accepterai-il de misé ?
5)-Définir et représenter la fonction F représentation de X.

EXERCICE 23

Soit A et B deux évènement tels que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$
1)-Calculer :$P_{(A)}(B); P(\bar{A}); P(\bar{A} \cap \bar{B})\ et\ P_{\bar{A}}(\bar{B})$
2)-Soit X la variable aléatoire dont la de la probabilité est donné dans un tableau suivant

X	-100	0	100	150
P(X=x_i)	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	α	$\frac{1}{9}$

a)- Déterminer la valeur de ∝.

b)- Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

c)-Déterminer et construire la fonction de répartition F de X.

EXERCICE 24

Une usine fabrique des pièces dont 1,8% sont défectueuses. Le contrôle des pièces s'effectues selon les probabilités conditionnelles suivants :

*Sachant qu'une pièce est bonne on l'accepte avec une probabilité de 0,97%.

*Sachant qu'une pièce est mauvaise on la refuse avec une probabilité de 0,99%.

On choisit une pièce au hasard et on note :

A << l'événement dont la pièce est défectueuse >>

B << l'événement dont la pièce est refusée >>

1) a)-Déterminer les probabilités suivantes : P(A), $P_A(B)$,$P_{\bar{A}}(\bar{B})$

b)-Construire l'arbre de probabilité .

2)-Démontrer que la probabilité qu'une pièce soit défectueuse et accepter est de 0,00018.

3)-Démontrer que la probabilité qu'une pièce soit bonne et refusée est de 0,02946.

4)-Soit E : << l'événement d'avoir une erreur dans le contrôle >> ; Calculer P(E).

5)-Si on contrôle 5 pièces de façons indépendantes on désigne par X la variable aléatoire associé à cette expérience.

a)-Quelle est la loi de la probabilité de X.

b)-Calculer E(X),V(X) et σ(X).

EXERCICE 25

Une urne contient 4 boule vertes et 5 boule rouges. On titre simultanément 4 boule dans l'urne, soit X la variable aléatoire qui a chaque tirage associe le nombre de boule vertes tirées.

1)-Déterminer la loi de la probabilité de X.

2)-Calculer l'espérance mathématiques E(X),la variance V(X) et l'écart-type σ(X).

3)-Déterminer et représenter la fonction de répartition F de X.

EXERCICE 26

Une urne contient 9 boule numéroté de 1 à 9 indiscernable au toucher. L'épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard 3 boule dans l'urne, soit X la variable aléatoire définie par le nombre de numéros impair tirées.

1)-Déterminer la loi de la probabilité de X.

2)-Calculer l'espérance mathématiques E(X),la variance V(X) et l'écart-type σ(X).
3)-Déterminer et représenter la fonction de répartition de F de X.

EXERCICE 27

Dans une urne il y'a n boules rouges et 2n boules blanches. On tire P boule au hasard sans remise
1)- Si n=5 et p=4 ; Quelle sont les probabilités d'obtenir :
A << 2 boule rouges et 2 boules blanches >>
B << Au-moins une boule blanche >>
2)-Si n$\epsilon\mathbb{N}$ et p=2
a)-Quelle est la probabilité P_n d'obtenir deux boules de couleurs différentes ?
b)-Quelle est le sens de variation de (P_n)
c)-Déterminer la limite de la suite (P_n).

EXERCICE 28

Soit une urne U_1 contenant 7 boules rouges et 3 boules blanches et une urne U_2 contenant 2 boules rouges et 8 boules blanches. On effectue une suite de tirages (en remettant à chaque fois la boule tirée dans son urne) de la manière suivante :
Si au ($n-1)^{eme}$ tirage on a tiré une boule rouge alors le n^{eme} tirage s'effectue dans U_1,sinon il s'effectue dans U_2.
1)- On appelle P_n la probabilité de tirer une boule rouge au n^{eme} coup.
Démontrer que la relation $P_n = \frac{1}{2}P_{n+1} + \frac{1}{5}$
2)-On pose $Q_n = P_n - \frac{2}{5}$ .Montrer que (Q_n) est une suite géometrique,sachant que le premier tirage s'effectue dans U_1.Calculer Q_n puis en déduire P_n.

BON TRAVAIL !!!