

**SIMILITUDES DIRECTES PLANES****Exercice 1 :**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Déterminer l'écriture complexe des transformations suivantes

1- f est l'homothétie de centre $A(2 - i)$ et de rapport $k = -2$.

2- g est la rotation de centre $B(-i)$ et d'angle $\alpha = -\frac{\pi}{2}$.

3- h est la similitude plane directe de centre O , de rapport $k = \sqrt{2}$ et d'angle $\theta = \frac{\pi}{4}$.

4- $s = fog$.

Exercice 2 :

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E):

$$z^3 - (3 + 3i)z^2 + (-6 + 6i)z + 8 - 16i = 0.$$

1. Montrer que $1 - i$ est une solution de (E).

2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E).

3. Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i, z_B = 4 + 2i, z_C = 1 - i$ et $z_D = 1 + 5i$. Soit M le point d'affixe z distinct de A et C .

(a) Calculer $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$. En déduire la nature du triangle ABC .

(b) Montrer que A, B, C et D sont sur un cercle (C) dont on précisera le centre I et le rayon r .

4. On pose $Z = \frac{z+2-2i}{z-1+i}$.

(a) Interpréter géométriquement $|Z|$ et $\arg(Z)$.

(b) Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que Z soit un nombre réel non nul.

5. Soit S la similitude directe qui laisse invariant A et transforme C en B .

- (a) Donner les éléments caractéristiques de S .
- (b) Déterminer l'écriture complexe de S .
- (c) Déterminer l'image par S de (\mathcal{C}) .

Exercice 3 :

Soit $F: M(x, y) \mapsto M'(x'; y')$ tel que:
$$\begin{cases} x' = \frac{-1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{3}{2} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{3}{2} \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'affixe z' de M' en fonction de z de M . En déduire la nature et les éléments caractéristiques de F .
- 2) Déterminer la similitude G tel que $G(A) = 0; G(B) = B$ avec $A(1)$ et $B(-1)$
- 3) Déterminer $F \circ G$.
- 4) Donner l'expression analytique de H dont l'écriture complexe est $z' = (1 - i)z + 2 + i$.

Exercice 4 :

Soit l'application f qui à $M(z)$ associe $M'(z')$ tel que :

$$z' = (1 + i\sqrt{3})z + \sqrt{3}(1 - i)$$

1. Montrer que le point $I(1; 1)$ est invariant par f
2. En déduire que $z' - z_I = (1 + i\sqrt{3})(z - z_I)$
3. (a) Déterminer le module et l'argument de $\frac{z' - z_I}{z - z_I}$
 (b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f
4. Soit g définie par $z' = iz + 1 + i$. Déterminer l'expression de $f \circ g$
5. Soit $(D): y = x + 2$. Déterminer l'image (D') de (D) par g
6. Soit $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$. Déterminer l'image (C') de (C) par g .

Exercice 5 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = -2; b = 2i$ et $c = 3 - i$.

1. a) Placer les points A, B et C .
b) Donner le module et un argument de $\frac{c-b}{a-b}$.
c) En, déduire la nature du triangle ABC .
(d) Donner l'affixe du point I intersection de la droite (BC) avec l'axe des réels.
2. Soit h l'homothétie de rapport -2 , transformant C en B .
a) Déterminer l'écriture complexe de h .
b) En déduire le centre de h .
3. Soit r l'application du plan d'écriture complexe $z_0 = iz + 2 + 2i$.
a) Justifier que r est une rotation de centre B .
b) Préciser son angle.
4. Soit f la transformation du plan définie par $f = roh$.
a) Montrer que $f(C) = B$ et que l'image I' de I par f est le symétrique de A par rapport à B .
b) En déduire l'écriture complexe de f .
c) Donner l'expression analytique de f puis déterminer l'image de la droite $(\Delta): y + 2x = 0$.

Exercice 6 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le polynôme complexe P défini par :

$$P(z) = z^3 + (2 - 2i)z^2 + (2 - 4i)z - 4i$$

1. Déterminer une solution z_0 de l'équation $P(z) = 0$ telle que $\bar{z}_0 = -z_0$.
2. Achever alors la résolution dans (C) de l'équation $P(z) = 0$. On notera par b et c les autres racines telle que $\text{Im}(b) < 0$.
3. On pose $d = 2 - 2i$. On désigne par A, B, C et D les points du plan dont les affixes sont respectivement z_0, b, c et d .

a) Calculer $\frac{z_0-c}{d-c}$ et $\frac{z_0-b}{d-b}$

b) En déduire une interprétation géométrique de ces résultats.

c) En déduire que les points A, B, C et D sont cocycliques

4. R est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$, H homothétie de centre B et de rapport -2 . E est l'image du point A par R et K l'antécédent de A par H .

a) Déterminer les écritures complexes de R et de H puis en déduire les affixes des points K et E .

b) Démontrer que ABE est un triangle rectangle isocèle en B .

c) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au quadrilatère $ABCD$;

5. On pose $S = RoH$.

a) Déterminer $S(K)$.

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S .

c) Donner l'écriture complexe de S .

d) Déduire alors l'expression analytique de S .

e) Déterminer l'équation de (D') image de la droite

$$(D) : x - y + 3 = 0$$

f) (C) est le cercle de centre k et de rayon 3 , déterminer une équation de (C') image de (C) par S .

6. Soit z un nombre complexe distinct de $2i$. Soit Z un nombre complexe tel que $Z = \frac{z-2+2i}{z-2i}$.

a) On pose $z = x + iy$.

Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y .

- b) Déterminer l'ensemble (τ) des points $M(z)$ tel que Z soit réel.
- c) Déterminer l'ensemble (\emptyset) des points $M(z)$ tel que Z soit imaginaire pur.
- d) Déterminer l'ensemble (θ) des points $M(z)$ tel que $|Z| = 1$

La correction se fera dans la [plateforme](#) et dans les groupes Télégramme de Cours en ligne. Pour en faire partie, Regarde cette vidéo 📌 📌

<https://youtu.be/b8hEM7Y2rDg>

