



INSTITUT MBACKÉ MATHS

COURS PRIVÉS EN LIGNE

(+221) 70 713 09 21

Matière : MATHÉMATIQUES

Niveau : Terminale S2

SUITES NUMÉRIQUES

Série d'exercices

❖ **Exercice 1 : (Corrigé en vidéo)**

1) Déterminer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

2) Soit (U_n) une suite définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$ pour tout entier naturel n .

- Démontrer par récurrence que pour tout entier n , $0 \leq U_n \leq 2$.

3) Soit (U_n) une suite définie par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = 2U_n - 1$.

- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $U_n = 2^{n+1} + 1$.

4) Soit (U_n) une suite définie par
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1 + 2U_n}{2 + U_n} \end{cases}$$
 pour tout entier naturel n .

- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n non nul, $0 \leq U_n \leq 1$.

❖ **Exercice 2 : (Corrigé en vidéo)**

Soit la suite (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n - 1}{U_n + 1} \end{cases}$$
 et on pose $V_{n+1} = \frac{U_n + 1}{U_n - 1}$.

1) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

2) En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

3) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et préciser la raison et le premier terme.

4) Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n .

5) Exprimer en fonction de n : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

❖ **Exercice 3 : (Corrigé en vidéo)**

I) On considère la suite $(U_n)_{n \geq 0}$ définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{2U_n + 35} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$.

Démontrer par récurrence que :

1) La suite (U_n) est majorée par 7.

2) La suite (V_n) est croissante.

II) Soit $(W_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite de terme général : $W_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

1) Déterminer deux nombres réels a et b tels que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, W_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$.

2) Calculer en fonction de n la somme S_n des n premiers termes de cette suite.

3) Calculer la limite de la suite (S_n) .

❖ **Exercice 4 : (Corrigé en vidéo)**

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = 2U_n + an + b$.

1) Soit $V_n = \frac{1}{3}U_n + n$.

a) Déterminer a et b pour que (V_n) soit une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Ecris (V_n) et (U_n) en fonction de n .

c) Calculer la limite de V_n .

d) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ puis $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

❖ **Exercice 5 : (Corrigé en vidéo)**

1) Soit la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} + 1$.

a) Montrer que pour tout $x \in [1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2}{(\sqrt{1+x^2})^3}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[1; +\infty[$.

c) Montrer que pour tout réel $x \geq 1$, $[f'(x)] \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α dans $[1; +\infty[$.

2) Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leq U_n$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n |1 - \alpha|$.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

❖ **Exercice 6 : (Corrigé en vidéo)**

1) Soit $(U_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$

a) Calculer les cinq premiers termes de la suite $(U_n)_{n \geq 0}$.

2) On pose : $V_n = U_n - 2, \forall n \in \mathbb{N}$.

a) Démontrer que $(V_n)_{n \geq 0}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Déterminer la suite (V_n) puis celle de (U_n) .

3) On se propose de démontrer que (U_n) est décroissante.

a) Vérifie que : $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} - U_n = \frac{2 - U_n}{2}$.

b) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \geq 2$.

c) En déduire que (U_n) est décroissante.

❖ **Exercice 7 : (Corrigé en vidéo)**

On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n + V_n}{3} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \frac{3U_n + 2V_n}{5} \end{cases}$$

1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_n \leq V_n$.

2) Montrer que la suite (U_n) est croissante et que la suite (V_n) est décroissante.

3) Montrer que les suites (U_n) et (V_n) convergent vers le même réel.

Soit la suite (W_n) définie sur \mathbb{N} par $W_n = 9U_n + 5V_n$.

a) Montrer que (W_n) est une suite constante.

b) En déduire la limite communes des suites (U_n) et (V_n) .

❖ **Exercice 8 : (Corrigé en vidéo)**

1) On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $U_n = \frac{1}{n^2}$.

On pose $S_n = \sum_{k=1}^n U_k = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

a) Calculer S_1, S_2 et S_3 .

b) Démontrer que la suite (S_n) est une suite croissante.

2) On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $V_n = \frac{2}{n(n+1)}$.

On pose $T_n = \sum_{k=1}^n V_k$.

a) Démontrer par récurrence que $\forall n \geq 1, T_n = 2 - \frac{2}{n+1}$.

b) En déduire que la suite (T_n) est une suite majorée.

c) Démontrer que $\forall n \geq 1, U_n \leq V_n$.

d) Démontrer que la suite (S_n) converge vers un réel ℓ .

3) On considère la suite (W_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $W_n = S_n + \frac{1}{n}$.

a) Démontrer que les suites (S_n) et (W_n) sont adjacentes.

b) En déduire que (S_n) converge vers un nombre réel ℓ .

❖ **Exercice 9 : (Corrigé en vidéo)**

1) Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α sur $[0 ; +\infty[$ et que $\alpha \in]0,6 ; 0,7[$.

b) Montrer que $\forall x \in [0 ; 1], |f'(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$.

2) On considère la suite $(U_n)_{n \geq 0}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Montrer que par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $0 \leq U_n \leq 1$.

b) En utilisant le théorème de l'inégalité des accroissements finis, montrer que :

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, \text{ on a : } |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{\sqrt{2}}{4} |U_n - \alpha|.$$

c) En déduire par récurrence que : $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^n |U_0 - \alpha|$.

d) En déduire que la suite $(U_n)_{n \geq 0}$ converge puis déterminer sa limite.

❖ **Exercice 10 : (Corrigé en vidéo)**

Soient
$$\begin{cases} U_0 = \frac{2}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{n+1}{2\sqrt{2}} \end{cases} \text{ et } V_n = U_n\sqrt{2} - n$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.
- 3) Exprimer V_n et U_n en fonction de n .
- 4) Etudier la convergence de (U_n) .
- 5) Soit $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

Exprimer S_n en fonction de n puis déterminer sa limite.

**LES VIDÉOS DE CORRECTION
SONT UNIQUEMENT RÉSERVÉES
AUX ÉLÈVES MEMBRES DES
COURS EN LIGNE DE L'INSTITUT
MBACKÉ MATHS**



INSTITUT MBACKÉ MATHS

Cours privées en ligne International en MATHS, PC, SVT

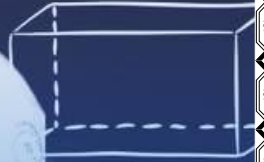


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$2a$$



$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$



$$V = Lwh$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

Cours privés en ligne international

(Année 2023-2024)

Niveau

Terminale S2 // S1
Première S2 // S1
3eme
Seconde S

Options au choix

- Option A Maths - PC -SVT
- Option B Maths - PC
- Option C Maths

Annales avec correction en vidéo réservés aux élèves des cours en ligne

Les cours débutent le 7 Novembre 2023.

Les inscriptions ont démarrées et se poursuivent

Inscrivez-vous maintenant au +221 70 713 09 21



✓ Faites-vous encadré par des **professeurs réputés au Sénégal**

✓ Obtenez notre fascicule réservés aux membres des cours en ligne de l'Institut Mbacké Maths

✓ **Faites parti des meilleurs de votre classe et réussissez votre année avec distinction**



Mbacké Maths

Visitez notre chaine Youtube



+221 70 713 09 21



mbackes883@gmail.com



Dakar, Sénégal