Fomesoutra.com ça soutra!

MATHEMATIQUES

Niveau : Tle D
Prof. : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 2/2 et 2/2.

DERIVABILITE ET ETUDE DE FONCTIONS

EXERCICE 1

Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction numérique g dans chacun des cas suivants :

1) $g(x)=\sqrt{x^2-3}$; 2) $g(x)=\sin\left(x^3-2\right)$; 3) $g(x)=x\sqrt{2-x^2}$; 4) $g(x)=\cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$;

5) $g(x)=\sqrt{\frac{2+x}{1-x}}$; 6) $g(x)=\left(2-\sin(5x)\right)^3$; 7) $g(x)=\frac{1}{\tan x}$.

EXERCICE 2

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\sqrt{x}\,(2x-1)$ 2) $f(x)=\frac{1}{x-3}-\frac{2x}{x+1}$ 3) $f(x)=-\frac{1}{2}x-1+2\sqrt{x^2+1}$

4) $f(x)=\frac{1}{2}\left(-1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ 5) $f(x)=(2x-1)^3$ 6) $f(x)=-\frac{x^2+1}{3}$

EXERCICE 3

Soit la fonction h deux fois dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^3-3x^2+1$

Justifie que la courbe de h admet un point d'inflexion et détermine-le

EXERCICE 4

Démontre en utilisant le théorème de l'inégalité des accroissements finis que :

1) pour tout réel x, on a : $|sinx| \leq |x|$.

2) pour tout nombre réel x de l'intervalle $\left[0\,;\frac{1}{2}\right]$ on a : $1-\frac{x}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{1-x} \leq 1-\frac{x}{2}$.

EXERCICE 5

Soit h la bijection de $]0;+\infty[$ sur $]0;+\infty[$ définie par $h(x)=\frac{1}{x}$.

1) Calculer $h\left(\frac{1}{2}\right)$

2) Sachant que h^{-1} est dérivable en 2, calculer $\left(h^{-1}\right)'(2)$.

EXERCICE 6

On considère la fonction numérique f définie sur [0 ; $+\infty$[par $f\left(x\right)=(x-3)\sqrt{2x}$ de représentation graphique (Cf) dans un repère orthonormé (O,I,J). .Unité : 1cm.

1. Etudier la continuité de f en 0
2. Etudier la dérivabilité de f en 0 et donner une interprétation graphique.
3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique des résultats.
4. On admet que f est dérivable sur]0 ; $+\infty$ [
   a) Démontrer que $\forall x \in]0\,;+\infty[\ f'(x)=\frac{3x-3}{\sqrt{2x}}$.
   b) Déterminer le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de f.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
5. Justifier que f réalise une bijection g de [1; $+\infty$ [sur un intervalle K à déterminer.
6. Soit $\left(\Gamma\right)$ la représentation graphique de g^{-1} bijection réciproque de g dans le repère (O,I,J)..
   a- Justifier que g^{-1} est dérivable en 0 et calculer $\left(g^{-1}\right)'\left(0\right)$.
   b- En déduire une équation de la tangente (T) à $\left(\Gamma\right)$ au point d'abscisse 0.

7- Construire (Cf), $\left(\Gamma\right)$ et (T) dans le repère (O,I,J).

SITUATION COMPLEXE

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par : $\mathrm{B}(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+2$ ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.