

Cette fiche comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3

**FONCTION LOGARITHME NEPERIEN**

**EXERCICE 1**

Répondre par Vrai (V) ou par Faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

	Affirmations	Réponses
1	$\ln(1) = e$	
2	$\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$	
3	$\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}$	
4	$\ln(10) \geq \ln(4) + \ln(3)$	
5	$2 \ln 7 < 7 \ln 2$	
6	La fonction $\ln$ est définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$	

**EXERCICE 2**

Pour chacune des affirmations suivantes, choisir la bonne réponse.

	Affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La fonction $x \mapsto \ln x $ est définie sur	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}_+^*$
2	La fonction $x \mapsto \ln(-x)$ est définie sur	$] -\infty; 0[$	$]0; +\infty[$	$] -\infty; -1[$
3	La dérivée sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f(x) = \ln(2x^2 + 4)$ est	$\frac{1}{2x^2 + 4}$	$\frac{x}{2x^2 + 4}$	$\frac{2x}{x^2 + 2}$
4	Une primitive de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$ est	$x \ln x - x$	$x \ln x$	$\ln x - x$

**EXERCICE 3**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes

- a)  $\ln(3x-1) = \ln(x+1)$  ;      b)  $\ln x = -5$  ;      c)  $\ln(-2x+1) = 2$  ;  
 d)  $\ln(1-x) + \ln(x+5) = \ln(-8x)$  ;      e)  $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$  ;      f)  $\ln(x^2 + x) = 1$  ;  
 g)  $\ln x < -1$  ;      h)  $\ln|2x-1| \leq 0$  ;      i)  $\ln(x^2 - x + 1) \geq \ln(2-x)$  ;      j)  $2(\ln x)^2 - 3 \ln x - 2 > 0$

**EXERCICE 4**

I) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivantes :

1)  $\begin{cases} x + y = 11 \\ \ln x + \ln y = \ln(24) \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2 \ln x - \ln y = -3 \\ 4 \ln x - \ln y = 1 \end{cases}$       3)  $\begin{cases} (\ln x)(\ln y) = 3 \\ \ln(xy) = -4 \end{cases}$

## EXERCICE 5

On considère le polynôme  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1-a) Justifier que  $-2$  est un zéro de  $P$ .

b) Déterminer les nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$ .

c) Dédire des questions précédentes que  $-2$ ,  $1$  et  $3$  sont les solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation  $P(x) = 0$

2-a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E):  $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$ .

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation (I):  $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 > 0$ .

## EXERCICE 6

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des inéquations suivantes :

1.  $\ln(4 - x) \leq \ln(x - 3)$

2.  $\ln|2x + 1| < 0$

3.  $\ln^2 x + \ln x - 6 > 0$

## EXERCICE 7

Déterminer sur l'intervalle  $I$ , la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = \ln(3x^2 + 4x - 2)$  ;  $I = \mathbb{R}$

2.  $f(x) = \ln|5x^2 + 2x - 3|$  ;  $I = ]-\infty ; -1[$

3.  $f(x) = \ln\left(\frac{7-x}{3x+4}\right)$  ;  $I = ]-\frac{4}{3} ; 7[$

4.  $f(x) = \ln\sqrt{2x^2 - 1}$  ;  $I = ]-\frac{\sqrt{2}}{2} ; +\infty[$

## EXERCICE 8

Dans chacun des cas suivants on admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $I$  ; Calculer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .

1.  $f(x) = \ln(1 + x^2)$  ;  $I = \mathbb{R}$

2.  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  ;  $I = ]1 ; +\infty[$

3.  $f(x) = \ln(x-1) - \ln x$  ;  $I = ]1 ; +\infty[$

4.  $f(x) = \frac{1}{x} - \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$  ;  $I = ]0 ; +\infty[$

5.  $f(x) = \ln(\ln x)$  ;  $I = ]e ; +\infty[$

6.  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$  ;  $I = ]1 ; +\infty[$

## EXERCICE 9

Déterminer sur l'intervalle  $K$ , les primitives de chacune des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = -\frac{1}{x}$  ;  $K = ]-\infty ; 0[$

2.  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$  ;  $K = ]\frac{\pi}{2} ; 0[$

3.  $f(x) = \frac{3}{4-x}$  ;  $K = ]-\infty ; 4[$

## EXERCICE 10

Déterminer une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $I$  dans chacun des cas suivants :

1.  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$  ;  $I = \mathbb{R}$
2.  $f(x) = \tan x$  ;  $I = ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$
3.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$  ;  $I = \mathbb{R}$
4.  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  ;  $I = ]1; +\infty[$

## EXERCICE 11

Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de  $f$  à l'endroit indiqué :

1.  $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$  ; en 0
2.  $f(x) = -x + \ln x$  ; en  $+\infty$
3.  $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$  ; en 0
4.  $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$  ; en 0
5.  $f(x) = x + x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$  ; en  $+\infty$
6.  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$  ; en  $+\infty$

## EXERCICE 12

Dans chacun des cas suivants calculer les limites de  $f$  aux bornes de l'intervalle  $I$

1.  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$  ;  $I = ]1; +\infty[$
2.  $f(x) = x(1 - \ln x)$  ;  $I = ]0; +\infty[$
3.  $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$  ;  $I = ]-\infty; -1[$
4.  $f(x) = \frac{x+1}{\ln x}$  ;  $I = ]1; +\infty[$
5.  $f(x) = x + \ln(x+1) - \ln x$  ;  $I = ]0; +\infty[$