Fomesoutra.com ça soutra!

MATHEMATIQUES

Niveau : Tle D
Prof : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

NOMBRES COMPLEXES

EXERCICE 1

Pour chaque affirmation ci-dessous, dire si elle est Vraie (V) ou Fausse (F).

	Affirmations	Réponse
1	La somme d'un nombre complexe et son conjugué est égale à sa partie réelle.	
	La somme d'un nombre complexe et son conjugué est égale au double de sa partie réelle.	
2	$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2019} = -1$.	
3	Les racines carrées de -8 sont $2\sqrt{2}\,i$ et $-2\sqrt{2}\,i$.	
4	Les points images des racines cubiques d'un nombre complexe non nul forment un triangle équilatéral.	
5	La partie réelle du nombre complexe $i(2-i)$ est 1	
6	La partie imaginaire du nombre complexe $(1+i)^2$ est i	

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants écrire le nombre complexe z sous forme algébrique .

a) $z = 2-3i(1+1)$; b) $z=(2+i)^2$, c) $z=\frac{1-i}{1+i}$; d) $z=\frac{1-i}{2}$;

e) $z=\frac{1}{1-i}$; f) $z=\frac{i-7}{(3+7i)}$; g) $z=\frac{2+i}{3-i}-\frac{3-i}{2+i}$ h) $z=\frac{1}{2}(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$

EXERCICE 3

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(E_1) : $-2z+1+2i=3z+i$; (E_2) : $\frac{2}{z+i}=\frac{-3}{z-i}$; (E_3) : $\bar{z}-1+2i=2z-i$; (E_4) : $iz^2-2\bar{z}-i=0$;

EXERCICE 4

Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

a) $-3+3i$; b) $\sqrt{2}+i\sqrt{6}$; c) $z=1+i$; d) $z=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$; e) $z=-6i$

EXERCICE 5

Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

a) $z=\frac{(1+i)^3}{(1+i\sqrt{3})^4}$; b) $z=\frac{1+i}{1-i\sqrt{3}}$; c) $Z=-2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$. ; d) $\frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}$;

EXERCICE 6

Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

a) $ie^{i\frac{\pi}{3}}$ b) $-3e^{i\frac{\pi}{4}}$ c) $e^{i\frac{\pi}{3}}+e^{-i\frac{\pi}{3}}$ d) $e^{-i\frac{6\pi}{7}}-e^{i\frac{6\pi}{7}}$ e) $(1-i)e^{-i\frac{\pi}{3}}$ f) $\frac{1-i}{1+i}e^{-i\frac{\pi}{2}}$.

EXERCICE 7

On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 1+i$, $Z_B = \sqrt{3}+i$ et $Z_C = 2i$.

1- Placer les points A, B et C dans le repère.

2- Calculer l'affixe du point K milieu du segment [AB].

3- Calculer l'affixe du point D telle que ABCD soit un parallélogramme.

4- Ecrire sous forme algébrique et sous forme trigonométrique $Z_A Z_B$.

5- En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$.

EXERCICE 8

Donner la forme algébrique des nombres complexes ci-dessous :

1) $e^{i\pi}$; 2) $e^{i\frac{\pi}{2}}$; 3) $e^{i2\pi}$; 4) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$; 5) $(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})^{1992}$; 6) $(1+i\sqrt{3})^{11}$

EXERCICE 9

Linéariser :

$A = \cos^2 x$; $B = \sin^2 x$; $C = \cos^3 x$; $D = \cos^2 x \sin^3 x$; $E = \cos^4 x$.

EXERCICE 10

Déterminer les racines carrées sous forme algébrique de chacun des nombres complexes :

$Z_1 = 6 - 8i$; $Z_2 = 8+6i$; $Z_3 = -3-4i$; $Z_4 = 2i$; $Z_5 = 4$; $Z_6 = 8$;

$Z_7 = -4$; $Z_8 = -7$; $Z_9 = \frac{1}{2} - i\sqrt{2}$; $Z_{10} = -5+12i$.

EXERCICE 11

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(E_1) $z^2 - 3z + 2 = 0$; (E_2) $-z^2 - (1-2i)z + 2i = 0$; (E_3) $z^2 + z + 1 = 0$;

(E_4) : $iz^2 + (2+6i)z + 2 + 11i = 0$; (E_5) : $z^2 + 2iz - 1 = 0$

EXERCICE 12

Soit le polynôme $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$ ($z \in \mathbb{C}$).

1- Démontrer que l'équation (E) : $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.

2- a) Déterminer le polynôme $Q(z)$ de degré 2 tel que $P(z) = (z - z_0)\,Q(z)$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

3- Ecrire chacune des solutions de (E) sous forme trigonométrique.

4 – Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), unité : 2 cm.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = \sqrt{3} + i$, et $z_C = \sqrt{3} - i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère (O, I, J).

b) Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ puis donner le résultat sous forme exponentielle.

c) En déduire la nature du triangle ABC.

5- Soit D le symétrique de B par rapport à O.

a) Déterminer l'affixe z_D de D.

b) Justifier que les points A, B, C et D appartiennent a un même cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

c) Quelle est la nature du triangle ADC ? Justifier votre réponse.