BAC BLANC INTERNE
SESSION 2026
DRENA ABIDJAN 1

Coefficient : 4
Durée : 4 h

Collège Privé MERLAN

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.
Les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

Exercice 1 (02 points)

Ecris le numéro de l'affirmation suivie de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

1) Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et v une fonction dérivable sur l'intervalle $u(\mathrm{I})$.
La dérivée de la fonction $v \circ u$ est toujours égale à $u' \times v \circ u$.
2) $\ln\left(\frac{3}{7}\right) = \ln 7 - \ln 3$.
3) Si f est une fonction décroissante et non majorée sur $]-2; 5[$, alors $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x) = -\infty$.
4) Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une primitive de f sur K.
La fonction $x \mapsto F(x) - 2025$ est une primitive de f sur K.

Exercice 2 (02 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, une seule des quatre réponses proposées est juste. Recopie le numéro de la ligne suivi de la lettre de la réponse juste.

N°	Affirmations	Réponses	
1.	Si A et B sont deux évènements indépendants d'un univers Ω et P une probabilité sur Ω, alors $P(A \cap B)$ est égale à …	A	$P(A) + P(B)$
		B	$P(A) - P(B)$
		C	$P(A) \times P(B)$
		D	$P(A) - P(B) - P(A \cup B)$
2.	Soit x un nombre réel strictement positif. La fonction $x \mapsto \log_3(x)$ est définie par : …	A	$x \longmapsto \frac{\ln 3}{\ln x}$
		B	$x \longmapsto \frac{3}{\ln x}$
		C	$x \longmapsto \frac{\ln x}{\ln 3}$
		D	$x \longmapsto \frac{\ln x}{3}$
3.	Soit n un nombre entier naturel. La plus petite valeur de n tel que $\left(\frac{5}{7}\right)^n < 0{,}031$ est :…	A	10
		B	9
		C	11
		D	13
4.	Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres 7 et 0,5. La variance $V(X)$ est égale à :…	A	1,75
		B	3,5
		C	0,25
		D	17,5

Exercice 3 (2,5 points)

a est nombre réel tel que $0 \leq a \leq 1$

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous :

x_i	-2	0	2	3	5
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{9}$

1) Justifie que $a = \frac{5}{18}$.

2) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$.

3) Détermine la fonction de répartition F de X.

Exercice 4 (03 points)

Soit la fonction h une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de définie par $h(x) = \frac{x^2-x}{(x+1)^2}$.

1. Détermine les trois nombres réels a, b et C tels que, pour tout nombre réels différents de -1

$h(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$.

2. On suppose que $h(x) = 1 - \frac{4}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2}$.

   a) Déduis-en les primitives de h sur $]-1; +\infty[$

   b) Détermine la primitive de h sur $]-1; +\infty[$ qui la valeur de 1 en 0.

Exercice 5 (5,5 points)

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2\left(\ln x - \frac{3}{2}\right) & \forall\, x \in]0; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$.

(C_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). ***Unité graphique 1cm***

1.a) Justifie que f est continue en 0.

b) Justifie que f est dérivable en 0.

2.a) Justifie que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

b) Donne une interprétation graphique des résultats précédents.

3. On admet que f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et on note f' sa dérivée.

   a) Démontre que : $\forall\, x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = 2x(\ln x - 1)$.

   b) Justifie que f est strictement décroissante sur $]0\,; e[$ et f est strictement croissante $]e\,; +\infty[$.

   c) Dresse le tableau de variation de f.

4. sachant que f' est dérivable sur $]0; +\infty[$ et $f''(x) = 2\ln x$. Justifie que le point d'abscisse 1 est un point d'inflexion de (C_f).

5. Soit g la restriction de f à $]e; +\infty[$

   a) Démontre que g est une bijection de $]e; +\infty[$ vers un intervalle K à préciser.

   b) On note g^{-1} la bijection réciproque de g.

   Détermine le sens de variation de g^{-1} et dresse son tableau de variation

6. Construis (C_f).

Exercice 6 (05 points)

Une coopérative d'hévéaculture située dans la région du Goh décide de vendre 200 tonnes de caoutchouc à des exportateurs. Avant la vente, le caoutchouc doit passer un test d'humidité afin de vérifier sa teneur en eau. Si le test d'humidité est positif, le caoutchouc ne peut pas être vendu. 6% du caoutchouc destiné à la vente contient de l'eau. Le test avant la vente a donné les résultats suivants :

- Lorsque le caoutchouc contient de l'eau, le test d'humidité est positif dans 88% des cas.
- Lorsque le caoutchouc ne contient pas d'eau, le test d'humidité est négatif dans 98% des cas.

Une étude a révélé que si le tonnage moyen de caoutchouc non vendu dépasse 15 tonnes, il n'y a pas de bénéfice pour cette coopérative.

Préoccupé par cette situation, le président de la coopérative veut savoir si celle-ci pourra réaliser un bénéfice.

N'ayant aucun agent qualifié à sa disposition pour répondre à son inquiétude, il sollicite ton aide.

En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du président de cette coopérative.