

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

**FICHE DE TRAVAUX DIRIGES : CALCUL INTEGRAL**

**EXERCICE 1**

Calcule les intégrales suivantes:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + 2x)e^{(\sin x + x^2)} dx ; \int_1^e \frac{\sqrt{\ln z + 2}}{z} dz \text{ et } \int_{-2}^1 \frac{2t^3 - t}{(t^4 - t^2 + 3)^4} dt.$$

**EXERCICE 2**

Calcule  $P = \int_{-4}^6 |x + 3| dx$

**EXERCICE 3**

1) Justifie que, pour tout nombre réel  $t$ ,  $\cos^3 t = (1 - \sin^2 t)\cos t$ .

2) Calcule  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} -4\cos^3 t dt$

**EXERCICE 4**

Démontre que :  $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx \leq \int_0^{\pi} x^2 dx$  .

**EXERCICE 5**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $f(x) = 3x + \cos x$

Calcule la valeur moyenne de  $f$  sur  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

**EXERCICE 6**

Calcule les intégrales suivantes :

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx ; \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

**EXERCICE 7**

Calcule les intégrales suivantes :

$$\int_1^2 x\sqrt{3-x} dx ; \int_0^1 (x+1)e^x dx ; \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx ; \int_2^3 \ln x dx \text{ et } \int_0^2 x^2 e^x dx \text{ (par deux intégrations par parties)}$$

**EXERCICE 8**

Calcule les intégrales suivantes en utilisant un changement de variable affine

$$\int_{-\frac{5}{2}}^{-2} (2x+5)^7 dx, \int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{2x+3}} dx \text{ et } \int_0^1 x\sqrt{x+1} dx$$

## EXERCICE 8

On pose :  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x + 1 - e^x$  et on admet que la fonction  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique  $2\text{cm}$ .

1) Calcule les limites en  $+\infty$  de  $f(x)$  et de  $\frac{f(x)}{x}$ .

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

2) a) Calculer la limite en  $-\infty$  de  $f(x)$ .

b) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x + 1$  est asymptote à  $(C)$  en  $-\infty$ .

c) Etudier les positions relatives de  $(C)$  et  $(D)$ .

3) Dresse le tableau de variation de  $f$ .

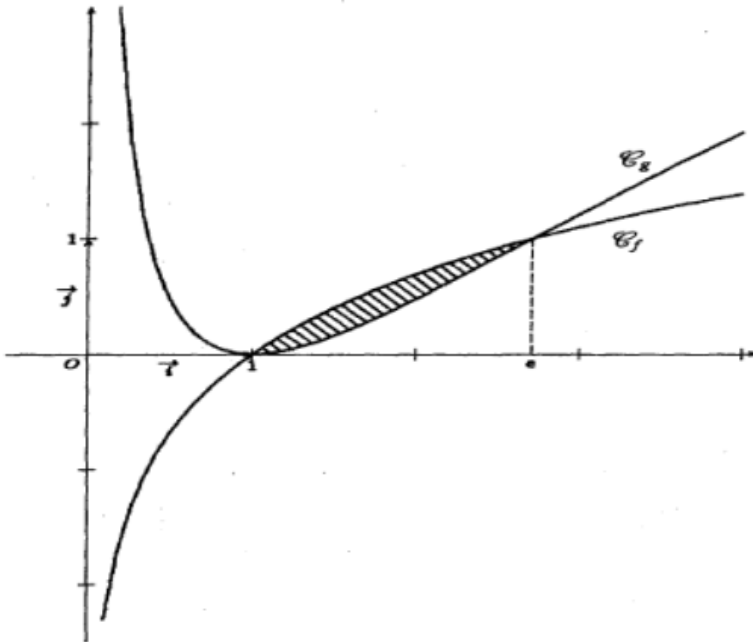
4) Trace  $(D)$  et  $(C)$ .

5) Calcule en  $\text{cm}^2$ , l'aire  $\mathcal{A}(\Delta)$  de la partie  $\Delta$  du plan limitée par  $(C)$ , la droite  $(D)$ , les droites d'équations  $x = -2$  et  $x = 0$ .

## EXERCICE 9

Les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  données ci-dessous représentent respectivement, dans un repère orthonormal

$(O, I, J)$ , les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \ln x$  et  $g(x) = (\ln x)^2$ .



On cherche à déterminer l'aire  $A$  (en unités d'aire) de la partie du plan hachurée.

On note  $I = \int_1^e (\ln x) dx$  et  $J = \int_1^e (\ln x)^2 dx$ .

a) Vérifier que la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = x \ln x - x$  est une primitive de la fonction logarithme népérien.

b) En déduire  $I$ .

c) Démontrer à l'aide d'une intégration par parties que  $J = e - 2I$  et en déduire  $J$ .

d) Donner la valeur de  $A$ .