Fomesoutra.com ça soutra!

MATHEMATIQUES

Niveau : Tle D
Prof : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICES DE MAISON : CALCUL INTEGRAL

EXERCICE 1

Calculer les intégrales suivantes

$I=\int_{2}^{-1} 5dx$; $J= \int_{2}^{-1}(3x^2-2)dx$; $K=\int_{-1}^{-2}\frac{1}{t^3}dt$; $L=\int_{1}^{\frac{1}{2}}(2t+2-\frac{1}{t})dt$;

$M=\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\cos x e^{\sin x}dx$; $N=\int_{-\pi}^{\pi}\sin x dx$; $P=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos(2x-\frac{\pi}{2})dx$; $Q=\int_{0}^{1}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

EXERCICE 2

En effectuant une ou deux intégrations par parties, calculer les intégrales suivantes :

1) $\int_{0}^{\pi} x\sin x\, dx$; 2) $\int_{-1}^{0}(x^2+x)\ln x\, dx$; 3) $\int_{-1}^{0}(2x+1)e^{-x}\, dx$. 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(x+1)\cos x\, dx$

5) $\int_{0}^{1}x^2e^x dx$; 6) $\int_{0}^{\pi} e^x \sin x\, dx$; 7) $\int_{0}^{1}(x+1)^2e^{-x}dt$

EXERCICE 3

1. Déterminer deux nombres réels A et B tels que, pour tout x différent de 1 et -1,
On ait l'égalité $\frac{4x-5}{x^2-1}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}$.

2) En déduire la valeur de l'intégrale $I=\int_{2}^{5}\frac{4x-5}{x^2-1}$

EXERCICE 4

Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ et $I=\int_{0}^{1}(h(x))dx$.

1) Démontrer que la dérivée de la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+2}\right)$ est h .

2) Calculer I .

EXERCICE 5

On pose $I=\int_{0}^{\pi} cos^2x\, dx$ et $J=\int_{0}^{\pi} sin^2x\, dx$

1) Calculer I + J.
2) Calculer I – J.
3) En déduire les valeurs de I et de J.

EXERCICE 6

1) Calculer $\int_1^e \frac{1}{x}dx$ et $\int_1^e \frac{1}{x+1}dx$

2) Démontrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

3) En déduire la valeur de $\int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx$.

EXERCICE 7

L'objectif est d'étudier le signe de la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x - \frac{1}{2}$ sur l'intervalle $[1; +\infty[$.

1) Justifier que pour tout t appartenant à $[1; +\infty[$ $\frac{1}{t} \leq 1$.

2) En déduire que : $\forall\, x \in [1; +\infty[,\ \ln x \leq x - 1$.

3) Justifier que : $\forall\, x \in [1; +\infty[,\ f(x) \geq 0$.

EXERCICE 8

La courbe (C_f) donnée ci-dessous représente dans un repère orthonormé (O ,I, J) la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \ln x$. L'unité est le cm. On cherche à déterminer l'aire A en cm^2 de la partie du plan hachurée.

1) Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $F(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien.

2) En déduire A.