TleD

INSTITUT GIOVANNI BIFFI

Année scolaire 2025-2026

Cahier de MATHS

TRAVAUX DIRIGES

Dernières leçons maths

-Proba
-Nombres complexes
-Suites numériques
-Statistiques
-Equations différentielles

WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE B (PROBABILITES)

Exercice 1 (sans corrigé)

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmerie d'un Lycée auprès des élèves des classes de Terminale, on apprend que 60% des élèves sont des garçons. De plus, 15% des filles et 10% des garcons sont dispensés des épreuves physiques et sportives (EPS).
On choisit un élève au hasard. On note :

D l'événement : « l'élève choisi est dispensé » et
F l'événement : « l'élève choisi est une fille »

1. a) Faire l'arbre de probabilité décrivant cette situation.
   b) Justifie que : P(D) = 0,12.
2. On choisit au hasard 3 élèves de cette promotion.
   On désigne par X le nombre probable de dispensés parmi 3 élèves choisis.
   a) Donne la loi de probabilité de X.
   b) Calcule son espérance mathématique E(X) et sa variance V(X).
3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.
   On note P_n la probabilité pour qu'au moins un élève soit dispensé parmi n élèves de cette promotion.
   a) Justifie que pour tout entier naturel n superieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,88)^n$.
   b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait : $P_n \geq 0,9999$.

Exercice 2 (situation complexe)

Lors de la fête de fin d'année, une enquête faite par le conseil scolaire d'un lycée, auprès d'un échantillon d'élèves de terminales C et D révèle que :

- 25% des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale C.
- Un tiers des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale D.
- 3 élèves sur 10 aiment jouer au damier.

Dago, le responsable des jeux et loisirs du conseil scolaire, choisit au hasard un élève de cet échantillon et note :
Cependant, Dago ne se souvient plus de la proportion des élèves de la de terminale D qui doit figurer dans son rapport.
Pour cela, étant élève de la terminale C, il sollicite ton aide.
A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide Dago à retrouver la valeur de p(E).

CORRIGE

Exercice 2 (situation complexe)

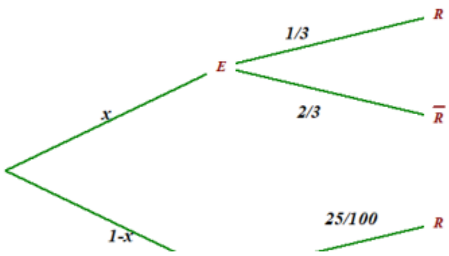
- ✓ Pour répondre à la préoccupation de Dago, je vais utiliser les probabilités.
- ✓ J'utilise les probabilités conditionnelles et la formule des probabilités totales

Modélisation du problème :

- E l'événement « l'élève choisi est en classe de terminale D » ;
- R l'événement « l'élève choisi aime jouer au damier » ;
- P(E) la probabilité de l'événement E.

*Je traduis cette situation par un arbre de probabilités ;
*Je détermine p(E).

Pour ce faire, posons $x = P(E)$



On a les probabilités suivantes :
$P(\bar{E})$=1-x ; P_E(R)= $\frac{1}{3}$; $P_E(\bar{R})$= $\frac{2}{3}$; $P_{\bar{E}}$(R)= $\frac{25}{100}$ et $P_{\bar{E}}(\bar{R})$= $\frac{75}{100}$.
En utilisant la formule des probabilités totales, on a :
$P(R) = P(R \cap E) + P(R \cap \bar{E})$; comme $(R) = \frac{3}{10}$,
alors $\frac{3}{10} = \frac{1}{3}x + \frac{25}{100}(1\text{-}x)$ d'où $x = \frac{3}{5}$.
Donc finalement p(E)= $\frac{3}{5}$
Je réponds à la préoccupation de Dago
la proportion des élèves de la de terminale D est 60 %.

WhatsApp : +225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE E (PROBA & PROBL Expo)

Exercice 1 (sans corrigé)

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraineur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels. Ces joueurs se répartissent comme suit :

- 75% des joueurs évoluant au pays.
- 60% des joueurs évoluant au pays sont professionnel.
- 80% des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels.

On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.
On désigne par A l'événement : « le joueur choisi évolue au pays »,
On désigne par B l'événement : « le joueur choisi est professionnel »,
On désigne par C l'événement : « le joueur choisi évolue au pays et est professionnel ».

1. a) Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité.
   b) Donne $P_A(B)$, la probabailite de B sachant A.
   c) Démontre que la probabilité de l'événement C est égale à 0,45.
2. Calcule la probabilité de B.

PARTIE B

Un entraineur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à $\frac{3}{4}$.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
   a) Détermine la loi de probabilité de X.
   b) Calcule l'espérance mathématique de E(X) de X et la variance V(X) de X.
2. Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale $\frac{27}{32}$.

Exercice 2 (PROBLEME : sans corrigé)

PARTIE A : Soit g la fonction définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Etudie les variations de g.
2. Détermine le signe de g.

PARTIE B : f est la fonction définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = e^{-x} + \ln(x+1)$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **Unité graphique : 4 cm.**

1. Calcule les limites de f en -1 et en $+\infty$.
2. a- Démontre que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe sur $]-1\,;\,+\infty[$.
   b- Déduis -en les variations de f sur $]-1\,;\,+\infty[$. Dresse son tableau de variation.
3. a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]-1\,;\,+\infty[$ tel que : $-0{,}9 < \alpha < 0$.
   b- Donne une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Trace (C).

PARTIE C : Soit $I = \int_\alpha^0 f(x)dx$.

1. Interprète graphiquement I.
2. Calcule I à l'aide d'une intégration par parties. (On pourra remarquer que : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$).
3. Démontre que : $I = \alpha - 1 + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$.

WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE C (Nbres Compl. & DERIVAB)

Exercice 1 (sans corrigé)

On considère dans s $\mathbb{C}$ le polynôme $(E): z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=0$.

1. a) Démontre que l'équation (E) admet une solution réelle z_0.
   b) Détermine les nombres complexes a et b tels que : $z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=(z-z_0)(z^2+az+b)$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : (E).
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct 5O, I, J). **(Unité graphique : 2 cm).**
On donne les points A, B et C d'affixes respectives 1 ; 2 + 2i et 1 – i.
   a) Place les points A, B et C dans le repère.
   b) Calcule le module et un argument de $\frac{2+2i}{1-i}$. Déduis – en la nature du triangle OBC.
   c) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle OBC, précise son centre Ω et son rayon r.
3. Soit S la similitude directe de centre C, de rapport 2 et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
   a) Détermine l'écriture complexe de S.
   b) Détermine l'affixe du point D image du point O par S.
   c) Détermine la nature du quadrilatère OCDB. Justifie ta réponse.
   d) Détermine et construis l'image (C') du cercle (C) par S.

Exercice 2 (situation complexe)

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par : $B(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+2$ ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En argumentant, détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

Exercice 2 (situation complexe)

Pour répondre à la préoccupation du Directeur de l'usine,

- J'étudie les variations de la fonction B modélisant le bénéfice journalier de l'usine.
- Je détermine la dérivée de B
- J'étudie le signe de la dérivée de B
- Je détermine le zéro de la dérivée de B sur l'intervalle
- Je donne le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le bénéfice journalier maximal de l'usine.

Le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par :

$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$. Etudions les variations de B.

- Dérivée de B :
  $B'(x) = -x^2 + 9 = -(x-3)(x+3)$

- Signe de la dérivée de B

x	1		3		5
$B'(x)$		$-$	0	$+$	

Pour $x \in [1;5], x + 3 > 0$ donc $B'(x)$ a le même signe que $-(x-3)$. Or

$$-(x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x - 3 \leq 0$$
$$\Leftrightarrow x \leq 3$$

Donc pour $x \in [1;3]$, $B'(x) \geq 0$ et
pour $x \in [3;5]$, $B'(x) \leq 0$

- Les variations de la fonction B.
  B est croissante sur l'intervalle $[1;3]$ et décroissante sur l'intervalle$[3;5]$.
- B atteint son maximum en 3. Ce maximum est B(3) = 20.

Le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le bénéfice journalier maximal de l'usine est 3000.

Le bénéfice journalier dans ce cas est d'environ 20 millions.

WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE D (SUITE NUMERIQUE)

Exercice 1 (sans corrigé)

Soit u la suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{u_n+4}{3} \end{cases}$

1. a) Calcule u_1 et u_2.
   b) Démontre par récurrence que pour tout entier naturel $u_n \geq 2$.
   c) Démontre que la suite (u_n) est décroissante.
   d) Déduis – en que la suite (u_n) est convergente. Puis détermine sa limite.
2. On pose que pour tout nombre entier naturel, $v_n = u_n - 2$.
   a) Montre que (v_n) est une suite geometrique de raison $\frac{1}{3}$.
   b) Exprime u_n, puis v_n en fonction de n.
   c) En déduis la limite de la suite (u_n).
3. Calcule la somme $S = v_3 + v_4 + \cdots + v_{19}$

Exercice 2 (situation complexe)

Une entreprise achète un véhicule à un coût de 30 000 000 F CFA. Ce véhicule se déprécie de 20% par an ; c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an, pendant la même période, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 3% par an. L'entreprise prévoit remplacer ce véhicule dans cinq ans en le revendant à un employé si la différence du prix d'achat du nouveau véhicule et le prix de revente de l'ancien véhicule n'excède pas 25 000 000 F CFA. Ton père est employé dans cette société et envisage acquérir ce véhicule au bout de cinq ans si son prix n'excède pas les 10.000 000 F CFA. Il se demande si la société acceptera de lui céder ce véhicule. Il te sollicite pour savoir s'il peut l'acheter.

En utilisant tes connaissances mathématiques donne-lui une réponse argumentée.

CORRIGE

Exercice 2 (situation complexe)

- Pour répondre à la préoccupation de l'employé, je vais utiliser les suites numériques.
- Je calcule le prix de vente de chaque véhicule dans cinq ans.
- Je fais la différence des deux prix pour répondre à la préoccupation de l'employé.

  - Soit u_n le prix de revente de l'ancien véhicule après n années d'utilisation
    On a : $u_{n+1}= u_n - 0{,}2u_n= 0{,}8u_n$
    Donc u_5= 30000000 x $(0{,}8)^5$= 9 830 400 .

  - Soit v_n le prix d'achat d'un nouveau véhicule après n années
    On a : $v_{n+1}= v_n + 0{,}03u_n= 1{,}03\ u_n$
    Donc v_5= 30000000 x $(1{,}03)^5 \approx 34778222$.

  - $v_5 - u_5 = 34778222 - 9830400 \approx 24\,947\,822$
  - **Comme 24 947 822** $<$ 25 000 000 **alors l'employé pourra acquérir ce véhicule après cinq ans.**

WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE F (SUITE NUMERIQUE)

Fomesoutra.com
ça soutra !

Exercice (sans corrigé)

Soit la suite définie $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$

1. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$.
2. En utilisant la question 1, étudier le sens de variation de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est – elle convergente ? Pourquoi ?
4. Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$.
   a) Démontrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

5.On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$
   a) Exprimer S_n en fonction de n.
   b) En déduire que $T_n = 2(n+1) - 4 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

6. Soit f la fonction definie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. (C) désigne la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, I, J). **Unité graphique : 2cm**
   a) Tracer la courbe (C) et la droite (D) d'équation y = x.
   b) Utiliser (C) et (D) pour représenter sur l'axe (OI) les termes U_0 ; U_1 ; U_2 et U_3 de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   c) Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

WhatsApp : +225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle CD&A1	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE B (STATISTIQUES)

Exercice 1 (sans corrigé)

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le Ministère du Plan d'un pays a diligente une enquête depuis l'an 2003. Les résultats de cette enquête sont consignes dans le tableau ci-dessous.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombres Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

1- Représenter le nuage de points associe à la série statistique double (X ; Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité graphique : 1 cm). On prendra pour origine du graphique le point $\Omega\binom{0}{24}$.
2- Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série statistique (X ; Y).
3- Justifie que :
 a) la variance de X est : $\frac{20}{3}$;
 b) la covariance de X et Y est : $\frac{44}{3}$
4- a) Sachant que la variance de Y est égale a $\frac{98}{3}$, déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
 b) Justifier que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
5- Soit (D) la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carres.
 a) Déterminer une équation de (D).
 b) Tracer (D).
6- On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes.
 Donner une estimation du nombre de bacheliers qui accéderont aux études supérieures en 2020.

Exercice 2 (sans corrigé)

Madame Kouamé, statisticienne à la retraite, a créé une petite entreprise de fabrication de colliers traditionnels.
Dans l'intention de faire des prévisions pour la production de colliers de l'année 2011, elle a fait l'état des ventes des huit types de colliers fabriques en 2010.
Les résultats sont donnés dans le tableau ci – dessous :

Types de colliers	1	2	3	4	5	6	7	8
Le prix de vente de collier x_i	54	60	66	72	84	90	96	102
Le nombre de dizaine de collier vendus y_i	18	16	15	13	10	9	8	7

On désigne par : X le prix de vente de collier ; Y le nombre de dizaine de collier vendus au prix X.

1. Calcule les coordonnées du point moyen G du nuage.
2. a) Calcule la variance V(X) de X.
 b) Calcule la covariance Cov(X ; Y) de la série statistique double de caractère (X ;Y).
3. Soit (D) la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carres.
 a) Démontre qu'une équation de la droite (D) est : $y = -0{,}23x + 29{,}94$.
5. Pour l'année 2011, Madame Kouamé souhaite fabriquer un nouveau type de collier qu'elle vendrait à 11.500 francs CFA l'unité. Combien de colliers de ce type pourrait – elle vendre selon l'ajustement linéaire réalisé ?

Exercice 3 (situation complexe)

Le tableau ci-dessous donne le nombre total d'adhérents au club littéraire d'un lycée au cours de l'année civile 2020.

Mois	Janv	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'adhérents y_i	1100	1160	1220	1370	1620	1550	1600	1500	1790	1940	2060	1980

Une Organisation Non Gouvernementale promet d'octroyer une aide financière considérable au club si le nombre d'adhérents dépasse les 3000 élèves. L'élève de la Terminale A qui dirige le club désire connaître la date à laquelle ce don pourra se faire. Il te sollicite pour l'aider.

Détermine la date (mois et année) probable de la réception de ce don.

CORRIGE

Exercice 3 (situation complexe)

- **Pour trouver la date, nous allons utiliser les statistiques à deux variables,**
- **Je détermine la droite de régression linéaire,**
- **J'estime la date.**

- **Je détermine une équation de la droite de régression de Y en X.**

Soit (D) cette droite.

Une équation de (D) est sous la forme: $y = ax + b$ *avec* $a = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{V(X)}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$.

- **Les coordonnées du point moyen G**

On a:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{78}{12} = 6{,}5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{18890}{12} = 1574{,}167$$

- La variance de X

$$V(X) = \frac{\sum x_i{}^2}{n} - \overline{X}^2$$

$$V(X) = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2 + 12^2}{12} - 6{,}5^2$$

$$V(X) = \frac{650}{12} - (6.5)^2 = 11{,}917$$

- La variance de Y

$$V(Y) = \frac{\sum y_i{}^2}{n} - \overline{Y}^2$$

$$V(Y) = \frac{1100^2 + 1160^2 + 1220^2 + 1370^2 + 1620 + 1550^2 + 1600^2 + 1500^2 + 1790^2 + 1940^2 + 2060^2 + 1980^2}{12} - (1574{,}167)^2$$

$$V(Y) = \frac{30889500}{12} - (1574{,}167)^2 = 96123{,}256$$

- La covariance de X et Y

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \overline{X}\,\overline{Y}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1100 + 2320 + 3660 + 5480 + 8100 + 9300 + 11200 + 12000 + 16110 + 19400 + 22660 + 23760}{12} - 6{,}5 \times 1574{,}167$$

$$\text{COV}(X, Y) = \frac{135090}{12} - 6{,}5 \times 1574{,}167 = 1025{,}4145$$

- Une équation de la droite (D): $y = ax + b$

$$a = \frac{1025{,}4145}{11{,}917} = 86{,}046$$

$$b = 1574{,}167 - 86{,}046 \times 6{,}5 = 1014{,}868$$

D'où (D): $\boldsymbol{y} = 86{,}046x + 1014{,}868$

- Je déduis le rang du mois pour $y = 3000$

$y = 3000$ équivaut à $x = \frac{3000-1014{,}868}{86{,}046} = 23{,}071$

Le rang cherché est sensiblement égal à 24.

- Je donne la date (mois et année) probable de la réception de ce don.

La date probable de la réception de ce don est Décembre 2021.

WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE A (EQUA-DIFF)

Exercice 1

Soit θ la température d'un corps à l'instant t. La température ambiante est 30°C.

A chaque instant$t$, on pose : $x(t) = \theta(t) - 30$. On suppose que la fonction x est dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifie : $x' = -k^2x$ ($k \in \mathbb{R}^*$). A l'instant$t = 0$, la température de ce corps est 70°C et au bout de 5 minutes, elle n'est plus que de 60°C.

1) Détermine$\theta(t)$, où t est mesuré en minutes.
2) Détermine la température de ce corps au bout de 20 minutes.

Exercice 2

On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle(E) : $y' + 2y = e^{-2x}$.

1. Vérifie que la fonction g telle que $g(x) = (x+1)e^{-2x}$ est une solution de(E).
2. Démontre qu'une fonction $h + g$ est solution de (E)si et seulement si la fonction h est solution de l'équation différentielle(E'): $y' + 2y = 0$.
3. Détermine les solutions sur $\mathbb{R}$de l'équation différentielle(E').
4. a) Déduis des questions précédentes, les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle(E).

   b) Détermine la solution f de(E) vérifiant la condition$f(0) = -2$.

Exercice 3

On considère l'équation différentielle(E) : $y' + 3y = 2e^{-x}$.

1. Détermine le nombre réel m pour que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = me^{-x}$ soit solution de(E).
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E'): $y' + 3y = 0$.
3. Démontre qu'une fonction $h - g$ est solution de (E') si et seulement si la fonction g est solution de (E).
4. Déduis des questions précédentes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle(E).

CORRIGE

Exercice 1

1) On a : θ(t)= x(t) +30 ; or x'(t) = -k²x d'où x(t) = c e^{-k^2t} , c$\in\mathbb{R}$ par suite $\theta(t) = c\ e^{-k^2t}$+30
   Comme θ(0)= 70 alors c= 70-30=40 et θ(5)= 60 alors $-k^2 = \frac{1}{5}\ln\frac{3}{4}$ donc $\theta(t) = 40e^{\frac{1}{5}ln\frac{3}{4}t}$+30.
2) Pour t= 20, on a : θ(20)= 42,66° , donc la température de ce corps au bout de 20mn est 42,66°.

Exercice 2

1. On a : g'(x)+2g(x) = (-2x-1)e^{-2x}+2(x+1)e^{-2x}= e^{-2x} donc g est une solution de (E).
2. On a : h+g solution de (E) $\Leftrightarrow$ (h+g)' +2(h+g) = e^{-2x}
   $\Leftrightarrow$h' +2h =0 car g'+2g = e^{-2x}
   Par suite, h est solution de l'équation différentielle (E') : y'+2y=0
3. Les solutions sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions h définies sur $\mathbb{R}$ par h(x)= ke^{-2x}, k$\in\mathbb{R}$
4. a) Ainsi les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation (E) sont les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$
   Par f(x)= ke^{-2x}+(x+1) e^{-2x} = (k+x+1) e^{-2x}
   b) On a: f (0) = 1 $\Leftrightarrow$ (k+1) e^{0}= 1 $\Leftrightarrow$k=0 donc f(x) = (x+1) e^{-2x}

Exercice 3

*1.*Déterminons le nombre réel m pour que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = me^{-x}$soit solution de $(E) : y' + 3y = 2e^{-x}$. $\forall\ x \in \mathbb{R}\ h(x) = me^{-x}$ et $h'(x) = -me^{-x}$
h est solution de $(E) \Leftrightarrow h'(x) + 3h(x) = 2e^{-x}$
$\Leftrightarrow -me^{-x} + 3me^{-x} \Leftrightarrow 2me^{-x} = 2e^{-x}$
$\Leftrightarrow m = 1$
Donc la fonction h définie par :$h(x) = e^{-x}$est solution de (E).

2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E'): y' + 3y = 0$.

Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $(E') : y' + 3y = 0$ sont les fonctions :
$x \mapsto ke^{-3x}, k \in \mathbb{R}$.
3. On a : h-g solution de (E') $\Leftrightarrow$ (h-g)' +3(h-g) =0$\Leftrightarrow$h'+3h –(g'+3g)=0 , or h+3h = 2e^{-x}
Donc g' +3g = 2e^{-x} ; par suite g est solution de l'équation (E).
4. Les solutions de (E) sont les fonctions définies sur par : x$\longmapsto$ e^{-x}-ke^{-3x} ,k$\in\mathbb{R}$