Lycée Moderne Bonoua

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°3

Classe : Tle D5

Année Scolaire : 2025 - 2026
Date du Devoir : 25 / 11 / 2025
Durée : 2h00min

Fomesoutra.com
ça soutra!

EXERCICE 1 *(2 points)*

Écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne et réponds par **VRAI** ou **FAUX** selon que les affirmations soient vraies ou fausses.

N°	Affirmations
1	Si f et g sont deux fonctions telles que $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = 1$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \sqrt{2}$ alors $\lim\limits_{x\to 1} g\circ f(x) = \sqrt{2}$.
2	Pour tous nombres entiers naturels n et m non nuls et pour tout nombre réel strictement positif x, on a : $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$.
3	Toute fonction dérivable en un nombre réel x_0 est continue en x_0.
4	Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur $I\backslash\{x \in I, v(x) = 0\}$; et on a : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule réponse est juste. Recopie sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondante à la réponse juste.

N°	Affirmations	Réponses proposées		
		A	B	C
1	Soient A et B deux événements d'un univers donné tels que : $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, et $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.	$P_A(B) = \frac{2}{3}$	$P_B(A) = \frac{1}{2}$	$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$
2	Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p. Pour alors $k \in \{1; 2; \cdots; n\}$, on a :	$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$	$P(X = k) = C_n^k p^n (1-p)^{n-k}$	$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^n$
3	Soient A et B deux événements indépendants. On a :	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	$A \cap B = \emptyset$	$P(B) = 1 - P(A)$
4	Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p. On a :	$E(X) = np(1-p)$	$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$	$V(X) = np$

EXERCICE 3 *(3 points)*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5x^4 + 40x^2 + 20x + 80}{(x^2+4)^2}$.

1. Détermine les réels a, b et c tels que : $f(x) = \frac{ax+b}{(x^2+4)^2} + c \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
2. Détermine la fonction primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$ telle que : $F(0) = c$.

EXERCICE 4 *(4 points)*

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} - 3x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de f.
2. a) Démontre que $\forall x \in]-\infty ; 0[$, $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = x + 2$.
   b) Étudie la dérivabilité de f à gauche en 0.
3. a) Démontre que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
   b) Étudie la dérivabilité de f à droite en 0.
   c) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
4. f est-elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.

Lycée Moderne Bonoua

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°3

Classe : Tle D5

Année Scolaire : 2025 - 2026
Date du Devoir : 25 / 11 / 2025
Durée : 2h00min

EXERCICE 5 *(5 points)*

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$.

1. Calcule les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Étudie les variations de g puis dresse son tableau de variation.
3. **a)** Démontre que l'équation $x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$ admet une unique solution α.
   b) Justifie que $-1 < \alpha < 0$.
4. Justifie que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[,\ g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[,\ g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{1-2x}{x^3-1}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.
Unité : $OI = 2$ cm et $OJ = 2$ cm.

1. **a)** Calcule les limites de f à gauche et à droite en 1. Interprète graphiquement les résultats.
   b) Calcule les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interprète graphiquement les résultats.
2. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.
   a) Démontre que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x^3-1)^2}$.
   b) Étudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
3. Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
4. Étudie la position relative de (T) et (C).
5. Trace (C) et (T).

EXERCICE 6 *(5 points)*

À l'occasion de la Kermesse de fin d'année scolaire, Nambobié, président du conseil scolaire et élève en classe de première D du Lycée Moderne Bonoua, envisage organiser un jeu qui consiste à lancer un dé parfait à six faces numérotées de 1 à 6.

- Si le numéro sorti est 2 ou 4, le joueur gagne **200 F**.
- Si le numéro sorti est impair, le joueur gagne **300 F**.
- Et si le numéro sorti est 6, le joueur perd **100 F**.

Nambobié souhaite connaître le montant que le joueur devra miser pour que le jeu soit équitable. Pour se faire il le sollicite. En utilisant tes connaissances mathématiques, aide Nambobié à déterminer cette mise.