DEVOIR SURVEILLE N°1

DU 1er TRIMESTRE DE MATHEMATIQUES

Tle D

Fomesoutra.com
ça soutra!

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de *vrai* si l'affirmation est vraie ou *faux* si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Soit f une fonction bijective et dérivable sur un intervalle I et f^{-1} sa bijection réciproque. Si f est croissante sur I alors f^{-1} est croissante sur $f(I)$.
2	(C_f) est la représentation graphique d'une fonction f dans le plan muni du repère orthogonal (O, I, J). Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ alors (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$.
3	Si f est une fonction continue sur un intervalle K alors elle réalise une bijection de K sur $f(K)$.
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right) = 0$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont une seule est juste. Choisis la réponse juste.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Une fonction f est continue sur un intervalle I si elle est continue	En 0	En tout point de I	En tout réel a
2	Si f est une fonction telle que : $\forall x > 2.\ \lvert f(x)-1\rvert \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
3	a et b sont deux nombres réels $(a < b)$ Si f est continue strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et si $f(a)\times f(b) < 0$, alors	f ne s'annule pas entre a et b	f s'annule au moins une fois entre a et b	f s'annule une seule fois entre a et b
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ et $\lim\limits_{x\to 3} g(x) = -\infty$ alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} (fog)(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} (gof)(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to 3} (gof)(x) = -\infty$

EXERCICE 3 (5 points)

I. Justifie que pour tous nombres réels a et b strictement positifs :

$$\sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{ab^5}} = ab.$$

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x} - 3x - 1$.

II.

1- Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2- a) Démontrer $\forall x \in]0\,;+\infty[, f'(x) = \frac{3}{2}\left(\sqrt{x} - 2\right)$.

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3- a) Démontrer que l'équation : $x \in IR, f(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Justifier que $9 < \alpha < 10$.

c) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

EXERCICE 4 (6 points)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	‖	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	3 ‖	↘	-1

1) A l'aide du tableau de variation détermine l'ensemble de définition de f.

2) Détermine les limites de f en $-\infty$, en 2 et en $+\infty$. Donne si possible une interprétation graphique des résultats.

3) Détermine les images des intervalles $]-\infty\,;0]$ et $[0\,;+\infty[$ par f.

4) Justifie que la fonction f est prolongeable en 2.

5) Soit la fonction h la restriction de f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ et h^{-1} sa bijection réciproque sur l'intervalle K que l'on précisera.

a. Démontre la fonction h est bijective de $]2\,;+\infty[$ vers K à préciser.

b. Détermine le sens de variation de h^{-1} et dresse son tableau de variation.

EXERCICE 5 (5 points)

Deux frères, élèves d'une classe de 1ere D du LYMAO, souhaitent communiquer avec leur oncle résidant à Paris en France. Ils se rendent dans une cabine téléphonique et le gérant de la cabine leur propose le contrat suivant :

- 150F CFA la minute de 0 à 5 minutes de communication,
- 750F CFA forfaitaire entre 5 minutes et 10 minutes de communication,
- 100F CFA la minute, de 10 minutes à 30 minutes de communication,
- Au- delà de 30 minutes, 3000F CFA de forfait plus 50F CFA pour chaque minute de communication supplémentaire.

Dans leurs échanges l'aîné affirme que le contrat proposé par le gérant de la cabine traduit une fonction continue en 5 et discontinue en 30 mais son petit frère soutient que cette fonction est continue en 5 et en 30. Ils ont présenté cette situation à leurs camarades de classe qui n'ont pu départager. En tant qu'élève de Tle D, tu es sollicité. A l'aide d'une production argumentée, en utilisant tes connaissances mathématiques, indique lequel des deux frères a raison.