

**DEVOIR DE MATHÉMATIQUES**

Année scolaire : 2024-2025  
 Classe : 1<sup>re</sup> D  
 Durée : 4h

**Exercice n°1**

Réponds par Vrai si l'affirmation est vraie ou par Faux si elle fausse. **Exemple 5-Faux**

1. Si  $f$  est une fonction continue et strictement sur  $[a ; b]$  alors  $f([a ; b]) = [f(b); f(a)]$ .
2. Lorsque  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  alors la courbe  $(C_f)$  admet une branche parabolique de direction  $(OJ)$ .
3. La probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé est notée  $P(B/A)$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \frac{5}{3}$

**Exercice n°2**

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Ecris sur ta copie, le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à l'affirmation juste. **Exemple 5-A**

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+1}{2x+4}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$	2
2	Si A et B sont deux évènements indépendants alors,	$P_B(A) = P(A)$	$P(A) \times P(B)$	$P(A/B)$
3	Soit X une variable aléatoire définissant une loi binomiale de paramètre n et probabilité p alors $E(X)$ égale à	$n p$	$n p(1 - p)$	$n - p$
4	On considère la fonction $f(x) = x^2 + 2$ , donc l'image $f([2 ; +\infty[$ est :	$[1 ; +\infty[$	$IR$	$[6 ; +\infty[$

**Exercice n°3**

*(Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous la forme décimale et arrondis au millième près).*

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmier d'un lycée auprès des élèves de terminale, on apprend que 60% des élèves sont des garçons. De plus, 15% sont des filles et 10% des garçons sont dispensés des épreuves physiques et sportives (EPS).  
 On choisit un élève au hasard puis on note : D l'évènement « l'élève choisi est dispensé » et F l'évènement « l'élève choisi est une fille ».

1. Quelle est la probabilité que :
  - a) Cet élève soit une fille ?
  - b) Cet élève soit une fille dispensée ?
  - c) Cet élève soit un garçon dispensé ?
2. a) Déduis de ce qui précède, en le justifiant que :  $P(D) = 0.12$   
 b) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille sachant qu'elle est dispensée ?
3. On choisit au hasard 3 élèves de cette promotion. On désigne par X le nombre probable de dispensés parmi ces 3 élèves choisis.
  - a) Donne la loi de probabilité de X.
  - b) Calcule son espérance mathématique  $E(X)$  et sa variance  $V(X)$ .

#### Exercice n°4

1. On donne la fonction  $f$  définie par :  $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} \\ f(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$  si  $x \neq 0$  et  $(C_f)$  désigne sa courbe

représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

a) Détermine l'ensemble de définition  $D_f$ .

b) Étudie la continuité de  $f$  en 0.

c) Étudie la dérivabilité de  $f$  en 0.

d) En déduire une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0.

2. Calcule les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 + 1})$  ;    b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 4}$

3. Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{2x+7}-1}{9-x^2}$

Justifie que  $f$  admet un prolongement par continuité en  $-3$  puis donner ce prolongement.

#### Exercice n°5

Lors d'une expérience, les élèves de terminale étudient le refroidissement d'un objet porté à  $210^\circ\text{C}$ . On note  $f(t)$  la température de l'objet à l'instant  $t$ .  $t$  est exprimé en minutes et  $f(t)$  en degrés Celsius ( $^\circ\text{C}$ ). L'étude du phénomène physique conduit à la formule :  $f(x) = \frac{210}{t} + 10$ .

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute (le premier contrôle ayant lieu à l'instant  $t = 1$ , ce jeudi 08 avril 2021 à 08h).

Deux élèves, Abou et Konan émettent deux hypothèses.

Pour Abou, la température de l'objet passera en dessous de  $11^\circ$  avant le vendredi 09 avril 2021 à 08h. Pour Konan, la température atteindra  $10^\circ$  au bout d'une très longue période.

Ayant écouté ces deux élèves tu décides de vérifier chacune de ces hypothèses.

A l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis sur chacune de ces hypothèses.