MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND CYCLE

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

Prof : Mr ATADE
CLASSE : Tle_{D_2}
Durée : 3H30

DEVOIR DE CLASSE
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (2pts)

Ecris chaque numéro de chaque affirmation sur ta feuille de copie suivi de VRAI si l'affirmation donnée est vraie et FAUX si elle est fausse.
l'affirmation est vraie ou de FAUX si elle est fausse.

1. Si f est une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et il existe un nombre réel strictement positif M tels que pour tout x élément de I, $|f'(x)| \leq M$, alors pour tous éléments a et b de I, $|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$.
2. Si f est une bijection dérivable d'un intervalle I sur $f(I)$, f^{-1} sa bijection réciproque, $x_0 \in I$ et $y_0 = f(x_0)$ tels que $f'(y_0) \neq 0$ alors f^{-1} est dérivable en x_0 et $(f^{-1})'(x_0) = \frac{1}{f^{-1}(y_0)}$.
3. La fonction ln est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.
4. Si X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p alors la variance de X est : $V(X) = \sqrt{np(1-p)}$

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. La dérivée de la fonction ln $(\frac{x+3}{x^2+1})$ est

A) $\frac{-x^2-6x+1}{(x^2+1)^2(x+3)}$	C) $\frac{-x^2-6x+1}{(x^2+1)(x+3)}$
B) $\frac{-x^2+6x+1}{(x^2+1)(x+3)}$	D) $\frac{x^2-6x+1}{(x^2+1)(x+3)}$

2. Soit la loi de probabilité

x_i	0	150	400	550	600	1000	1500
P_i	0,134	0,230	0,110	0,143	0,312	0,001	0,07

La probabilité $P(X \geq 150)$ est :

A) 0,8	C) 0,134
B) 0,866	D) 0,230

3.
$\lim\limits_{x \to \infty} 2xln\left(\frac{3}{x} + 1\right) =$

A) 2	C) $\frac{3}{2}$
B) 3	D) 6

4. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$. La tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x = e$ est :

A) (T) :$y = 3ex - 2e^2$	C) (T) :$y = 3x - 2e^2$
B) (T) :$y = 3ex + 2e^2$	D) (T) :$y = 3ex - 2e$

EXERCICE 3 (3PTS)

Dans une société de transport, 80% des véhicules sont révisés avant d'être mis en circulation.

Si un véhicule est révisé, la probabilité qu'il tombe en panne avant la prochaine révision est égale à 0,1.

60% des véhicules non révisés tombent en panne avant la prochaine révision.

Soit R l'évènement : « Le véhicule est révisé » et T l'évènement : « Le véhicule tombe en panne »

1. On choisit au hasard un véhicule de cette société de transport.
   a) Traduit la situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
   b) Calcule la probabilité de l'évènement « Le véhicule est révisé et tombe en panne avant la prochaine révision »
   c) Montre que la probabilité que le véhicule tombe en panne avant la prochaine révision est $\frac{1}{5}$

2. La société apprend que l'un de ses véhicules est tombé en panne. Quelle est la probabilité qu'il ait été révisé ?

EXERCICE 4 (3 PTS)

Les parties A et B sont indépendants

A) Déterminer les primitives sur l'intervalle I de chacune des fonctions suivantes en précisant I.

1. $\forall x \in I, f(x) = (x^2 + 5)(x^3 + 15x + 2)^3$
2. $\forall x \in I, g(x) = \frac{4x+2}{(x^2+x+3)^2}$

B)1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(2x - 3) + \ln(x + 1) = \ln(x^2 + 9)$

2. Résous le système suivant dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $\begin{cases} (\ln x)(\ln y) = 11 \\ \ln(xy) = -12 \end{cases}$

EXERCICE 5 (5 PTS)

I)

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 1 + x - 3x\ln x$.

1. Calculer la limite de g en 0 et en $+\infty$.
2. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0\,;\,+\infty[$ et justifier que $\alpha \in]1{,}69\,;1{,}7[$
4. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

II)

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{(1+x)^3}$

1. Calculer la limite de f en 0 et en $+\infty$
2. Démontrer que $\forall x \in]0\,;\,+\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^4}$
3. Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

EXERCICE 6 (5 PTS)

Une société de fabrication de produits cosmétiques fabrique chaque jour x produit avec $x \in [0\,;40]$. Le coût total de production, exprimé en milliers de francs, est donné par la fonction : $C(x) = x^2 - 60x$.

Chaque produit fabriqué est vendu au prix unitaire de 2.000F. Toute la production est vendue le même jour. Pour plus d'efficacité, le directeur de l'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal. Il demande au comptable la comptable t'associe à ce projet.

Détermine la quantité de produits cosmétiques à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal.