

DEVOIR DE CLASSE
MATHEMATIQUES

Prof : Mr.ATADE
NIVEAUX : Tle_{D_4}
Durée : 3h00

EXERCICE 1 (2pts)

Ecris chaque numéro sur ta feuille de copie suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

1. Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K . a et b deux nombres réels de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que $\forall x \in [a; b], m \leq f'(x) \leq M$

Alors $M(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq m(b - a)$

2. Toute fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur cet intervalle.

3. $\ln x$ est strictement positif sur $]0; +\infty[$.

4. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre n et p alors la probabilité d'avoir exactement k succès est $C_n^k p^k q^{k-n}$.

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre n et p tel que $n = 20$, $p \in [0; 1]$ et variance $V(X) = 5$ alors la valeur de p est :

A) 0,3	C) 0,5
B) 0,4	D) 0,8

2. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x \ln x$. La tangente au point d'abscisse $x = e$ est :

A) (T): $y = 2x + e$	C) (T): $y = ex + e$
B) (T): $y = 2x + 3e$	D) (T): $y = 2x - e$

3. L'ensemble de validité de l'équation : $\ln(x^2 - 4) = \ln(x + 8)$ est :

A) $] -\infty; -2[\cup]2; +\infty[$	C) $]0; +\infty[$
B) $] -8; -2[\cup]2; +\infty[$	D) $] -\infty; -2[\cup]0; +\infty[$

4. La primitive de la fonction : $f(x) = \frac{2}{(x+1)^3} - 1 - \tan^2 x$ est :

A) $F(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \tan x$	C) $F(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \tan x$
B) $F(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} - \tan x$	D) $F(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} + \tan x$

EXERCICE 3 (5pts)

1. Détermine chaque intervalle sur lequel chaque fonction admet une primitive et détermine la primitive des différentes fonctions.

a) $f(x) = (2x + 1)(2x^2 + 2x)^2$; b) $g(x) = \frac{-3}{(x-2)^3}$

c) $h(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+2}}$; d) $m(x) = \frac{2x^5 - 4x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x + 3}{x^3}$

2. On considère la fonction f définie sur $] -\infty ; 1]$ par $f(x) = x\sqrt{1-x}$.

Détermine les nombres réels a, b et c tels que la fonction

$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{1-x}$ soit une primitive de f sur $] -\infty ; 1]$

EXERCICE 4 (6pts)

I) Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$g(x) = x^2 + \ln x - 2$.

1. Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation. (On calculera ses limites aux bornes de son ensemble de définition.)

2.a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $\alpha \in [1 ; 2]$.

b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}

3. En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

II) Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$f(x) = x + \frac{1-\ln x}{x}$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

1.a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2.a) Justifier que $\forall x \in]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

c) Tracer $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormé (O, I, J) .

EXERCICE 5 (5pts)

Au Collège le **Figuier** de palmerai, 30% des élèves ont un âge inférieur ou égal à 15 ans.

- 60% des élèves ayant un âge inférieur ou égal à 15 ans sont des filles.
- 0,1% des élèves qui ont plus de 15 ans sont des filles.

Le Directeur des études choisit un groupe d'élèves pour participer à un jeu de génie en herbe. Le Directeur veut connaître le nombre minimal d'élève qu'il doit choisir pour que la probabilité d'avoir au moins une fille soit supérieure ou égale à 0,99. L'éducateur de niveau terminal le conseille d'aller voir les élèves de terminale D qui pourront trouver la solution à son problème.

Etant un élève de terminale D, utilise tes connaissances mathématiques pour répondre à la préoccupation du Directeur.