MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND CYCLE

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

CE : MATHS
NIVEAU : TD
Durée : 4h00
DATE : 13/01/25

CORRIGE ET BAREME

<table>
<tr><th>EXERCICES</th><th>Corrigés</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td><u>Exercice 1 (2PTS)</u>

<u>Exercice 2 (2PTS)</u></td><td>1-FAUX ; 2-VRAI ; 3- FAUX ; 4- FAUX —

1-C ; 2-A ; 3-C ; 4-B —</td><td>0,5$\times$ 4

0,5$\times$ 4</td></tr>
<tr><td><u>Exercice 3 (3PTS)</u></td><td>1. $X = \{-m\,;0\,;m\,;1500\}$ —→
2.
<table>
<tr><td>x_i</td><td>$-m$</td><td>0</td><td>m</td><td>1500</td><td>TOTAL</td></tr>
<tr><td>P_i</td><td>$\frac{39}{52}$</td><td>$\frac{8}{52}$</td><td>$\frac{4}{52}$</td><td>$\frac{1}{52}$</td><td>1</td></tr>
</table>
$P(X=-m)=\frac{C_{39}^1}{52}=\frac{39}{52}$; $P(X=0)=\frac{C_4^1+C_4^1}{52}=\frac{8}{52}$; $P(X=m)=\frac{C_4^1}{52}=\frac{4}{52}$; $P(X=1500)=\frac{C_1^1}{52}=\frac{1}{52}$ ···→
3. $E(X)=\frac{-39m}{52}+\frac{4m}{52}+\frac{1500}{52}=\frac{-35m+1500}{52}$ —→
4. $E(X)=0 \Leftrightarrow m=43$ —→</td><td>0,5

0,5

1
0,5

0,5</td></tr>
<tr><td><u>Exercice 4 (3PTS)</u></td><td>1.a) $\forall x \in]-\infty\,;1[\ g(x)=\frac{3}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}$ Justification juste —→
b)) $\forall x \in]-\infty\,;1[,\ G(x)=\frac{-3}{x-1}+2\ln|x-1|=\frac{-3}{x-1}+2\ln(1-x)$ — — — — — — — — — — — — — — — — —→</td><td>0,5

0,5</td></tr>
</table>

	2.a)) $\forall x \in]-\infty\,;1[\,, k'(x) = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}$ - → $= \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}} \times \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) =$ $\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{x^2+1}-x)}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = h(x)$ - → b) $\forall x \in]-\infty\,;1[\,, h(x) = k'(x) \Leftrightarrow H(x) = k(x)$ $\Leftrightarrow H(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ - - - - - - - - - - - - - - - - - → 3. $f(x) = g(x) + h(x) \Leftrightarrow F(x) = G(x) + H(x)$ $\Leftrightarrow F(x) = \frac{-3}{x-1} + 2\ln(1-x) + \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ - - - - - - - - - - - →	0,5 0,5 0,5 0,5
<u>Exercice 5 (5PTS)</u>	1. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) =. \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} x + 1 + \frac{\ln(1-x)}{1-x}$ Posons $X = 1 - x \Rightarrow 1 - X$ Quand $x \underset{<}{\to} 1$ $X \underset{>}{\to} 0$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} \left[(2-X) + \frac{\ln X}{X}\right] = \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} (2-X) + \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} \frac{1}{X}\ln X = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} (2-X) = 2 \\ \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} \frac{1}{X} = +\infty \\ \lim\limits_{\substack{X\to 0\\ >}} \ln x = -\infty \end{cases}$ Donc par changement de variable, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = -\infty$ - → 2. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -} x + 1 + \frac{\ln(1-x)}{1-x}$ Posons $X = 1 - x \Rightarrow 1 - X$ Quand $x \to -\infty$ $X \to +\infty$	 0,25

$\lim\limits_{X\to+\infty} f(X) = \lim\limits_{X\to+\infty}\left[(2-X)+\frac{\ln X}{X}\right] = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{\ln X}{X} = 0 \\ \lim\limits_{X\to+\infty}(2-X) = -\infty \end{cases}$

Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ --→ **0,25**

3. $a)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)] = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln(1-x)}{1-x} = \lim\limits_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X} = 0$ d'après la question 1 et 2

Donc la droite (D) d'équation $y = x+1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$ --------------→ **0,5**

b) Position relative

Etudions le signe de $f(x)-y$ sur $]-\infty\,;1[$

$\forall x \in\,]-\infty\,;1[\,, f(x)-y = \frac{\ln(1-x)}{1-x}$. On a $1-x > 0$ sur $]-\infty\,;1[$ donc le signe de $f(x)-y$ dépend de $\ln(1-x)$: $\forall x \in\,]-\infty\,;0[\,, \ln(1-x) > 0 \Leftrightarrow f(x)-y > 0$ ainsi $(\mathcal{C})$ est au-dessus de (D) ---------→ **0,25**

$\forall x \in\,]0\,;1[, \ln(1-x) < 0 \Leftrightarrow f(x)-y < 0$ ainsi donc $(\mathcal{C})$ est en dessous de (D) ------------→ **0,25**

4-a) $\forall x \in\,]-\infty\,;1[, f'(x) = \frac{g(x)}{(1-x)^2}$ ----------------------------------→ **0,5**

b) $\forall x \in\,]-\infty\,;1[, (1-x)^2 > 0$, le signe de $f'(x)$ dépend de $g(x)$ or on sait que $\begin{cases} \forall x \in\,]-\infty\,;0[\,, g(x) > 0 \\ \forall x \in\,]0\,;1[, g(x) < 0 \end{cases}$

par conséquent $\forall x \in\,]-\infty\,;0[, f'(x) > 0$ donc f est continue et strictement croissante ----------→ **0,25**

$\forall x \in\,]0\,;1[, f'(x) < 0$ d'où f est continue et strictement décroissante------------------→ **0,25**

x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

0,5

5.a) $\forall x \in]-\infty\,;0[$, h est continue et strictement croissante donc elle réalise une bijection de de $]-\infty\,;0[$ vers $h(]-\infty\,;0[) =]-\infty\,;1[= K$ **0,5**

b) Comme h est continue et strictement croissante sur $]-\infty\,;0[$, alors h^{-1} est également continue et strictement croissante sur $]-\infty\,;1[$ **0,5**

x	$-\infty$		1
$(h^{-1})'(x)$		$+$	
$(h^{-1})(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0

0,5

<table>
<tr><th>CM</th><th>Corrigé</th><th>Indices</th></tr>
<tr>
<td>CM1

1pt</td>
<td>- Nous nous referons à la leçon : Dérivabilité et étude de fonction plus précisément étude de fonction.
Nous allons :
- Trouver l'expression de la fonction bénéfice sur l'intervalle $[0\,;18]$
- Etudier la fonction bénéfice sur l'intervalle $[0\,;18]$
- Trouver le bénéfice maximal et la quantité de produits pour le réaliser
-</td>
<td>1ind /4------→0,5

2ind/4---------→ $\mathbf{0,75}$

3ind/4----------→ $\mathbf{1}$</td>
</tr>
<tr>
<td>CM2

2,5pts</td>
<td>• Soit B le bénéfice
$\forall x \in [0\,;18], B(x) = R(x) - C(x) = -x^3 + 5x^2 + 200x - 400$
• Etude de B
$\forall x \in [0\,;18], B'(x) = -3x^2 + 10x + 200$

$\forall x \in [0\,;10], B'^{(x)} > 0,$ donc B est continue et strictement croissante
$\forall x \in [10\,;18], B'(x) < 0$, donc B est continue et strictement décroissante

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>10</td><td>18</td></tr>
<tr><td>$B'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$B(x)$</td><td>$\nearrow$</td><td>1100</td><td>$\searrow$</td></tr>
</table>

• Le bénéfice maximal est 1.100.000F et pour le réaliser il faut 10 téléphones.</td>
<td>1ind/3-------→ $\mathbf{1}$

2ind/3→ $\mathbf{2,5}$</td>
</tr>
</table>

CM3 **1pts**	- Réponse attendue : Bmax=1.100.000F et $x = 10$ - Qualité des enchainements - Résultat en adéquation avec démarche	***1ind/3***------→ $\mathbf{0,5}$ ***2ind/3***→ $\mathbf{1}$
CP **0,5 pt**	- Propriété de la copie - Concision - Originalité	***1ind/3***------→ $\mathbf{0,25}$ ***2ind/3***→ $\mathbf{0,5}$