MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND CYCLE

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

CE : MATHS
NIVEAU : TD
Durée : 4h00
DATE : 13/01/25

DEVOIR DE NIVEAU MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (2pts)

Ecris chaque numéro sur ta feuille de copie suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

1. Si f est une fonction continue en a alors f est également dérivable en a.
2. Soient A et B deux évènements indépendants alors $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont indépendants.
3. Pour tous nombres réels a et b strictement positifs on : $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$
4. Soit f une fonction continue sur un intervalle I, x_0 un élément de I et y_0 un nombre réel. Il existe au moins une primitive de f qui prend la valeur y_0 en x_0.

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. soit f une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{6-3x} = \frac{3}{5}$, alors $f'(2) =$

A)	$\frac{-3}{5}$	C)	$\frac{-9}{5}$
B)	$\frac{1}{5}$	D)	$\frac{3}{5}$

2. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + 3$.

La dérivée de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$ est :

A) $f'(x) = 2x(\ln x + 1)$	C) $f'(x) = x(\ln x + 1)$
B) $f'(x) = 2x(\ln x + 3)$	D) $f'(x) = 2x(\ln x + x^2)$

3. Soient A et F deux évènements de probabilités non nuls. On donne $P(A \cap F) = 0{,}5$ et $P(\bar{A} \cap F) = 0{,}2$alors on a :

A) $P(\bar{F}) = 0{,}7$	$C)$ $P(\bar{F}) = 0{,}3$
$B)$ $P(\bar{F}) = 0{,}5$	$D)$ $P(\bar{F}) = 0{,}2$

4. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}(\ln(2x))^2$. La primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$ est :

A) $F(x) = \frac{1}{3}(\ln(2x))^3$	C) $F(x) = \frac{1}{3}(\ln(2x))^2$
B) $F(x) = \frac{1}{6}(\ln(2x))^3$	D) $F(x) = \frac{1}{2}(\ln(2x))^2$

Exercice 3 (3pts)

Le chargement d'un camion remorque de 60 sacs identiques dont 10 contenants un produit non déclaré aux services de la douane.

Le trajet à parcourir comporte trois barrages de douane. A chacun de ces barrages le contrôle obligatoire, consiste à examiner le contenu de 5 sacs choisis au hasard. Des contrôles effectués aux différents barrages sont indépendants.

A/ Le camionneur arrive à un barrage donné.

(On donnera un arrondi d'ordre 1 de chacun des résultats obtenus).

1. Calcule la probabilité pour qu'exactement de 2 des 5 contrôlés contiennent le produit non déclaré.

2. Démontre que la probabilité pour que l'un au moins des 5 sacs contrôlés contiennent le produit non déclaré est égale à 0,6.

B/ Le camionneur sait que si l'un au moins des sacs contrôlés contiennent le produit non déclaré est découvert à un barrage quelconque, il doit payer une taxe forfaitaire de 10.000F à chaque barrage pour être autorisé à continuer son chemin avec tout son chargement.

Si le camionneur ne peut pas payer la taxe forfaitaire, tout son déchargement est saisi.

1. On suppose que le camionneur paie la taxe chaque fois que le produit non déclaré est découvert.

On note X la variable aléatoire égale à la somme totale que le camionneur peut ainsi dépenser sur l'ensemble de son trajet.

a- Détermine la loi de probabilité de X.

b- Démontre que l'espérance mathématique est égale à 18.000F.

c- Calcule l'écart type de X.

Exercice 4 (3pts)

On donne les fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $I = \left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right[$ par :

$f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos^3(x)}$; $\qquad g(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$ $\qquad$ et $\qquad h(x) = \frac{3}{\cos^4(x)}$

On admettra que f, g et h sont continues et dérivables sur l'intervalle I.

1. Détermine les primitives de f sur l'intervalle I.

2.a- Calcule la dérivée de f et montre que $\forall x \in I, on\ a\ \frac{3}{\cos^4(x)} - \frac{2}{\cos^2(x)}$.

b- Exprime $h(x)$ en fonction de $f'(x)$ et $g(x)$.

c- Détermine les primitives de g sur I et en déduire que les primitives de h sur I sont les fonctions :

$H(x) = \frac{\sin(x)}{\cos^3(x)} + \frac{2\sin(x)}{\cos(x)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

3. Détermine la primitive H de h sur I qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 5 (5pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité graphique 2cm.

Partie A

On donne la fonction g dérivable sur $]-\infty\,; 0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ définie par $g(x) = x^2 - 1 + \ln|x|$.

1. Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation (On ne calculera pas les limites).

2.a- Calculer $g(-1)$ et $g(1)$

2.b- Justifier que : $\begin{cases} \forall x \in\,]-\infty; -1[\,\cup\,]1; +\infty[, g(x) > 0 \\ \forall x \in\,]-1; 0[\,\cup\,]0\,; 1[, g(x) < 0 \end{cases}$

On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,; 0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \frac{\ln|x|}{x}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$.

Unité graphique 2cm sur (OI) 1cm sur (OJ).

1. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. Sachant que f est dérivable sur $]-\infty\,; 0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$, Démontrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

3. Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation

4.a- Démontrer que la droite (D) d'équation : $y = x + 1$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$.

b- Etudie la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D).

c- Démontre que le point J est un centre de symétrie de $(\mathcal{C})$.

d- Tracer $(\mathcal{C})$ et (D)

Exercice 6 (5pts)

Un pâtissier commercialise des glaces d'un même type très prisées par les consommateurs. Il peut en produire entre 0 et 300 par jour dans sa petite entreprise familiale. Cette production est vendue dans sa totalité.

Lorsque x représente le nombre de certaines de glaces produites, on note $B(x)$, le bénéfice réalisé par le pâtissier pour la vente des x centaines de glaces.

D'après les données précédentes, l'artisan sait que :

• Pour tout x de l'intervalle $[1; 3]$, on a : $B'(x) = -20x + 30$ où $B(x)$ est exprimé en milliers de francs et $B'(x)$ la fonction dérivée de $B(x)$.

• Pour une centaine de glaces, son bénéfice est 20 milles francs.

Il te sollicite pour l'aider à déterminer le nombre de glaces qu'il devra fabriquer par jour pour que son bénéfice soit maximal et de déterminer la valeur de ce bénéfice.