Année-Scolaire: 2024-2025
DEVOIR DE NIVEAU N°2
NIVEAU: TERMINALE

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 4
Durée : 4 heures
Enseignant : M. KABY

SERIE : D

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 2 et 2 sur 2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les énoncés et les mots ou groupes mots: une bijection, la puissance; derivable et indépendants.
Écris le numéro de chaque énoncé suivi du mot ou du goupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que l'énoncé soit vrai.

N°	Énoncés
①.	Soit A et B deux événements d'un univers Ω muni d'une probabilité P. A et B sont………………si et seulement si $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$.
②.	Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle K. La fonction f réealise…………..de K vres $f(K)$.
③.	Soit f une fonction derivable sur intervalle K et g une fonction derivable sur un intervalle contenant $f(K)$. La fonction composée gof est…………sur K ei on a: $(gof)'=f'\times(g'of)$.
④.	Pour tous p élément de $\mathbb{Z}^*$, q élément de $\mathbb{N}^*$et x élément de $]0\,;\,+\infty[$. On appelle x à………….$\frac{p}{q}$ le nombre réel, note $x^{\frac{p}{q}}$, défini par: $x^{\frac{p}{q}}=\left(x^{\frac{1}{q}}\right)^{p}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations a, b, c et d permettent d'obtenir quatre (04) affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

①. Z est un nombre complexe tel que : $z=a+ib, a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$. Le module de z est égal à…

$a)\ a^2+b^2$; $b)\ \sqrt{a^2+b^2}$; $c)\ a^2-b^2$; $d)\ |a+b|$

②. Une primitive sur $\left]0\,;\,\frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction : $x\to\frac{\cos x}{\sin x}$ est la fonction F définie par :…

$a)\ F(x)=-\frac{1}{sin^2x}$; $b)\ F(x)=-\ln(\sin x)$; $c)\ F(x)=\ln(\sin x)$; $d)\ F(x)=\frac{cos^2x-sin^2x}{(\sin x)^2}$

③. f est une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I, a et b deux éléments de I tels que $a<b$.
S'il existe deux nombres réels $m\ et\ M$ tels que : $\forall x\in[a\,;b], m\le f'(x)\le M$, alors…

$a)\ m(a-b)\le f(b)-f(a)\le M(a-b)$; $b)\ m(b-a)\le f(a)-f(b)\le M(b-a)$

$c)\ m(b-a)\le f(b)-f(a)\le M(b-a)$; $d)\ m(a-b)\le f(a)-f(b)\le M(a-b)$

④. La limite en $-\infty$ de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=\sqrt{ax^2-x+1}+x$ est égale à….

$a)-\infty$; $b)\ 0$; $c)\ 2$; $d)+\infty$

EXERCICE 3 **(3points)**

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. Le cabinet effectue une sélection de candidats sur dossier.

Cinq (05) amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à 0,07.

On choisit au hasard le dossier d'un candidat et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.

①. Justifie que X suit une loi binomiale et précise les paramètres de cette loi.

②. Détermine la probabilité que deux exactement des 5 amis soient recrutés. On donnera le résultat à 10^{-3} près.

③. Détermine le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à 0,999.

EXERCICE 4 **(4 points)**

Dans le plan complexe, on considère le point A de coordonnées $(-1\,;0)$.

①. Montrer que l'affixe z_A du point A est solution de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 - 5z^2 + 19z + 25 = 0$

②. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

③. On appelle z_B et z_C les deux autres solutions de l'équation (E).

a) Place les points A, B et C du plan d'affixes respective z_A , z_B et z_C.

b) Calcule les distances AB, BC et CA.

c) En déduire que le triangle ABC est isocèle.

EXERCICE 5 **(5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonromé (O , I, J) d'unité graphique 1 cm.

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par: $f(x) = (x-2)e^{x^2-2x+1}$.

La fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O, I, J)

①. a) Détermine la limite de f en $-\infty$ puis vérifie que : $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

b) Interprète graphiquement l'ensemble des résultats obtenus.

②. a) Justifie que pour tout nombre réel, $f'(x) = (2x^2 - 4x + 3)e^{x^2-2x+1}$.

b) Étudie le sens de variation de f.

③. On admet que pour tout nombre réel, $f''(x) = 2(x-1)(2x^2 - 4x + 5)e^{x^2-2x+1}$.

Justifie que le point I est un point d'inflexion de (C).

④. On admet que le point I est un centre de symétrie de (C) et que la droite (T) d'équation : $y = x - 1$ est tangente à (C) au pont I.

EXERCICE 6 (4 points)

La Bourse Régionale des Valeurs Mobilières **(BRVM)** située dans la commune du plateau est le marché financier des Eats de L'**UEMOA**.
A la **BRVM**, les investisseurs vendent ou achètent des actions et ou des obligations.

Le coût d'une action cotée à la **BRVM** à partir du 1er janvier 2024 exprimée

en dizaine de milliers de francs CFA est modélisée par la fonction f définie par:

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 28 - 25\,ln\,x$ où x désigne le nombre de mois écoulé avec $x \in [1\,;12]$.

Monsieur Sémian veut acheter 2 500 actions lorsque le cours sera minimal. Il veut savoir le mois de l'année 2024 où il sera judicieux pour lui de les acheter. Ne disposant pas de compétences pour répondre à cette préoccupation, il te sollicite.

En utilisant tes connaissabces mathématiques de terminale D, apporte une réponse à la preoccupation de Monsieur Sémian.