| | LYCEE SCIENTIFIQUE AUGUSTE LE GRAND | EXAMEN BLANC | A/S : 2024-2025<br>Durée : 4H<br>Coef : 3 |
|---|---|---|---|
| | « Osons l'excellence » | MATHEMATIQUES | Classe : Terminale $D_4$ |

**Exercice 1 (8 points)**

Mr Agbalenyo, un jeune diplômé sans emploi, reçoit un fonds du PROVONAT et se lance dans la vente de Smartphones et montres connectées qu'il importe de la Chine. Pour maximiser ses ventes, il rejoint une plateforme de vente en ligne, lui permettant d'atteindre un large public. Il constate que 60 % des acheteurs visitent son magasin en ligne, et parmi eux, 70% achètent un Smartphone. En revanche, 60% de ceux qui ne visitent pas son magasin en ligne achètent une montre connectée. Ses coûts commerciaux et frais opérationnels sont représentés par la fonction $D(x) = ax + b - xe^{x-1}$, exprimant ses dépenses journalières (en milliers de franc CFA) en fonction du $x - ième$ jour. Les valeurs de $a$ et $b$ sont déterminées par les équations suivantes $2^{b+2} - 4^b = 4$ ; $\ln(a) + \ln(a+1) = ln6$. Il souhaite évaluer ses chances qu'un client aient visité sa boutique en ligne sachant qu'il a acheté un Smartphone ainsi que déterminer ses dépenses journalières maximales. Ayant des lacunes en probabilité et en analyse, il vous demande de l'aider à répondre aux consignes suivantes.

**Consigne 1 :** Déterminer les dépenses journalières maximales de Mr Agbalenyo.

**Consigne 2 :** Calculer la probabilité qu'un client ait visité la boutique en ligne sachant qu'il a acheté un Smartphone.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Consigne 1 | Pertinence 2,5 pt | Correction 1,5 pt | Cohérence 1 pt | Perfectionnement |
| Consigne 2 | Pertinence 1 pt | Correction 0,75 pt | Cohérence 0,75 pt | 0, 5 pt |

**Exercice 2**

A. Le plan $\mathcal{P}$ est orienté dans le sens direct. On considère un triangle ABC équilatéral de sens direct inscrit dans un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O. On désigne par I,J et K les milieux respectifs des segments $[BC], [AB]$ $et$ $[AC]$

1. a. Montrer qu'il existe une seule similitude directe S vérifiant S(A)=B et S(C)=I 0, 5 pt
   b. Déterminer le rapport et l'angle de S 0, 5 pt
2. Soit $\Omega$ le centre de S.
   a. Montrer que $\Omega \in (\mathcal{C})$. 0, 25 pt
   b. Montrer que A , $\Omega$ et I sont alignés. Construire alors $\Omega$. 0,75 pt

B. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthogonal $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives$z_A = i$; $z_B$= $2 + 3i$ et $z_C = 2 - 3i$.

1. Placer les points A,B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. (0,25 pt)
2. Soit S la similitude directe qui transforme A en C et laisse B invariant.
   a. Déterminer l'écriture complexe de S (0,5 pt)
   b. Déterminer les éléments caractéristique de S ( rapport $\lambda$ et l'angle $\alpha$) (0,5 pt)
3. A tout point M du plan d'affixe z , associe par une transformation T, le point M' d'affixe z' telle que z'= $\frac{3}{2}(1+i)z + \frac{7-9i}{2}$. On pose $z = x + iy$ $et$ $z' = x' + iy'$.
   a. Déterminer $x'$ et $y'$ en fonction de $x$ $et$ $y$. (0,5 pt)
   b. Quelle est l'image de la droite (D) : $x + 2y - 1 = 0$? (0,5 pt)
4. On considère la suite de points $M_n$ d'affixe $z_n (n \in \mathbb{N})$ avec $z_o = i$ et $z_{n+1} = \frac{3}{2}(1+i)z_n + \frac{7-9i}{2}$.
   a. Préciser les points d'affixe $z_o$ $et$ $z_1$ (0,5 pt)
   b. Démontrer que le triangle $BAM_2$ est rectangle en B. (0,5 pt)

c. Démontrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation $U_n = |z_{n+1} - z_n|$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (0,5 pt)

d. Exprimer en fonction de n la longueur $d_n = M_oM_1 + M_1M_2 + \cdots + M_nM_{n+1}$(0,25 pt)

## Exercice 3

### I. Choisi la bonne réponse sans recopier les questions (3 points)

1. La limite de f(x) = $xe^{\frac{-1}{x}}$ à gauche de 0 est : a) 0 b)+∞ c)$-\infty$ d) 1
2. On a dans le plan complexe les points A,B et C d'affixes respectives $a = -1 - 2i$, $b = 1 + i$, $c = 4 - i$.s désigne la similitude de centre A transformant B en C. L'expression analytique de s est

   a) $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x' = x - y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y - 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$
3. **Si** A, B et C sont trois points du plan tels que $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -i\sqrt{3}$ alors ABC est un triangle

   a) rectangle en A b)isocèle en A c) rectangle et isocèle en A d) équilatéral
4. X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre n = 5 et p = $\frac{3}{4}$ alors la variance V(X) égale à : a) $\frac{15}{4}$ b) $\frac{15}{16}$ c) $\frac{3}{16}$ d) $\frac{9}{4}$
5. La dérivée de la fonction g définie par g(x) = $\frac{\ln(x)}{x}$ est

   a) $\frac{1}{x^2}$ b) $\frac{\ln(x)+1}{x^2}$ c) $\frac{\ln(x)-1}{x^2}$ d) $\frac{-\ln(x)+1}{x^2}$
6. La dérivée de la fonction $f$ définie par $f(x) = a^x$ est :

   a) $f'(x) = a^x$ b) $f'(x) = xa^x$ c) $f'(x) = a^x lna$ d) ) $f'(x) = a^{x-1}$

### II. Répond par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si elle est fausse. (0,5 pt)

1. Si P(A) = 0,2 ; P(B) = 0,3 et P$(A \cap B) = 0{,}6$ alors les évènement A et B sont indépendants
2. Deux figures sont dites semblables si l'une est l'image de l'autre par une similitude directe.

### III. Complète

**Relève la lettre puis donne la réponse appropriée (1,5 pt)**

1. Soit un nombre complexe non nul écrit sous la forme $z = re^{i\theta}$, où $r$ représente le …a… et $\theta$ l'argument de z.
2. L'écriture complexe d'une rotation de centre O ( origine du repère) et d'angle $\frac{\pi}{2}$ est de la forme …b….
3. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I contenant a et b $(a < b)$. S'il existe un nombre réel M tel que $\forall x \in [a; b], f'(x) \leq M$ alors ….c….

### IV. Relie par flèche si possible chaque élément de la colonne A à sa réponse juste de la colonne B.

On considère une urne contenant 5 boules rouges, n boules noires et 2n + 1 boules blanches $(n \geq 2)$ on effectue un tirage simultané de deux boules de l'urne. **(1 pt)**

| | |
|---|---|
| Probabilité de tirer une boule rouge et une boules noire est | $\frac{C_{3n+6}^2 - C_{n+5}^2}{C_{3n+6}^2}$ |
| Probabilité de tirer deux boules rouges est | $\frac{C_5^2 \times C_n^2 \times C_{2n+1}^2}{C_{3n+6}^2}$ |
| Probabilité de tirer deux boules de même couleur est | $\frac{C_5^2}{C_{3n+6}^2}$ |
| Probabilité de tirer au moins une boule blanche est | $\frac{C_5^1 \times C_n^1}{C_{3n+6}^2}$ |