

DEVOIR SURVEILLE N°1
DATE : / 10 / 2025

NIVEAU : Terminale D
DUREE : 01 Heure
ENSEIGNANT : M. KABY

MATHEMATIQUES

 Formesoutra.com
ça soutra!

EXERCICE 1
(4 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de Vrai(V) si elle vraie ou F si elle est fausse.

N°	Affirmations
①.	$\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) \leq f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$
②.	$\forall x \neq 0, 3 - \frac{1}{x} < f(x) < 3 + \frac{1}{x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$
③.	$\forall x \in]0; +\infty[, f(x) + l < g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$
④.	Si f est continue et strictement décroissante sur un intervalle $[\alpha; +\infty[$, alors on a : $f([\alpha; +\infty[) = [f(\alpha); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$

EXERCICE 2
(4 points)

Pour chacune des affirmations, une des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	Affirmations	A	B	C
①.	Soit f est une fonction d'un intervalle I sur intervalle J. Si f est continue et strictement décroissante sur I, alors sa bijection réciproque h est...	strictement décroissante sur I.	strictement décroissante sur J.	strictement croissante sur J.
②.	La limite de la fonction : $p: \sqrt{\frac{x+1}{2x+4}}$ en $+\infty$ est égale à.....	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
③.	La limite de la fonction $h: x \rightarrow \frac{\cos x - 1}{x}$ en 0 est égale à.....	$-\infty$	0	$+\infty$
④.	Si g est une fonction non définie en a , et admettant une limite finie en a , alors :	g est continue en a	g n'est pas prolongeable par continuité en a .	g n'est pas prolongeable par continuité en a

EXERCICE 3**(7 points)**

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f définie par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a, b et c sont des nombres réels.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-9	$+\infty$	-1	$+\infty$	

- ①. Détermine par lecture du tableau de variation ci-dessus:
 - a) L'ensemble de définition (D_f) de f .
 - b) Les limites aux bornes de son ensemble de définition (D_f) .
 - c) En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.
- ②. Détermine l'image par f de chacune des intervalles suivants:
 - a) $]3; +\infty[$; b) $]-1; 1[$; c) $]-\infty; -1]$ et d) $[1; +\infty[$
- ③. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]-\infty; -1]$.
- ④. Justifie que la restriction g de f à l'intervalle $[-1; 1]$ est une bijection dans intervalle I à préciser.
- ⑤. Sachant que: $a = 1$; $b = -6$ et $c = 4$. Justifie alors que la droite (D) d'équation: $y = x - 6$ est une asymptote oblique à (C_f) .

EXERCICE 4**(5 points)**

En préparation d'un devoir de mathématiques, un groupe d'étude comportant trois élèves des noms de, Mireille, Yapo et Charlène ont calculé la limite en 0 d'une fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}.$$

Après calcul, Mireille a obtenu 1 ; Yapo a obtenu 0 et Charlène a obtenu $\frac{1}{2}$.

Une discussion a éclaté entre eux, pour savoir qui d'entre eux a raison, ils te sollicitent.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, dis qui des trois a raison.

CORRIGE			BAREME	
EXERCICE N°1 (4 points)	①. F	----->	} 1pt × 4	
	②. V	----->		
	③. V	----->		
	④. F	----->		
EXERCICE N°2 (4 points)	①. B	----->	} 1pt × 4	
	②. C	----->		
	③. B	----->		
	④. C	----->		
EXERCICE N°3 (7 points)	①. a) Déterminons D_f		} 0,5 × 4	
	$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	----->		0,5
	b) Déterminons les limites aux bornes de D_f			
	• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	----->		} 0,5 × 4
	• $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) = -\infty$	----->		
	• $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} f(x) = +\infty$	----->		
	• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	----->		
	c) Déduisons les asymptotes verticales			
	on a : $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) = -\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} f(x) = +\infty$, la droite d'équation			
	$x = 1$ admet une asymptote verticale à (C_f) .			----->
②. Déterminons l'image par f de chacun des intervalles.				
• f est continue et strictement croissante sur $]3 ; +\infty[$, donc	$f(]3 ; +\infty[) =]f(3); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[=]-1 ; +\infty[$		----->	0,5
• f est continue et strictement décroissante sur $] -1 ; 1[$,	donc $f(]3 ; +\infty[) =]\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) ; f(-1)[=]-\infty ; -9[$		----->	0,5
• f est continue et strictement croissante sur $]-\infty ; -1]$, donc	$f(]-\infty ; -1]) =]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); f(-1)[=]-\infty ; -9]$		----->	0,5

	• On a : $[1 ; +\infty[= [-1 ; 3[\cup [3 ; +\infty[$, f est continue sur $[-1 ; 3[$ et sur $[3 ; +\infty[$. $f([-1 ; 3]) = [-1 ; +\infty[$ et $f([3 ; +\infty]) = [-1 ; +\infty[$ donc $f([1 ; +\infty]) = [-1 ; +\infty[\cup [-1 ; +\infty[= \mathbb{R}$ -----> 0,5 ③. Démontrons que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $] -\infty ; -1[$. f est continue et strictement croissante sur $] -\infty ; -1[$ et de plus $f(]-\infty ; -1]) =]-\infty ; -9[$ or $0 \notin]-\infty ; -9[$ donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans $] -\infty ; -1[$ -----> 0,5 ④. Justifions que la restriction g de f à $[-1 ; 1]$ est une bijection dans l'intervalle I à préciser. f est continue et strictement décroissante sur $[-1 ; 1[$ de plus $g([-1 ; 1]) = I =]-\infty ; -9[$ donc g est une bijection de $[-1 ; 1[$ dans $I =]-\infty ; -9[$ -----> 0,5 ⑤. Justifions l'asymptote oblique Sachant que : $a = 1 ; b = -6$ et $c = 4$ On a : $f(x) = x - 6 + \frac{4}{x-1}$ et $y = x - 6$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 6)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - 6 + \frac{4}{x-1} - (x - 6)$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 6)] = 0$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 6)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 6 + \frac{4}{x-1} - (x - 6)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 6)] = 0$ } 0,5 Donc la droite d'équation $y = x - 6$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$. -----> 0,5	
EXERCICE N°4 (5 points)	Pour répondre a la préoccupation des trois élèves, je vais utiliser la notion de limite et continuité. Pour cela je vais : - Calculer la limite de f en 0; - Répondre à la préoccupation des trois élèves; - Conclure	

	• Calculons la limite de f en 0. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{1-x})^2}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x - (1-x)}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1+x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \text{ car } \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) = 2$ Conclusion : l'élève Mireille a raison car $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.	
--	---	--

Grille d'évaluation

Critères	Indicateur de performance	Barème
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon -Existence de calcul de limite de f en 0 -Présence du résultat de la limite	0, 75 points 1 indic sur 4 → 0,25 2 indic sur 4 → 0,5 3 indic sur 4 → 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Calcul de limite -Détermination du résultat de la limite -Justesse de l'argumentation	1, 5 points 1 indic sur 4 → 0,5 2 indic sur 4 → 1 3 indic sur 4 → 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche -La qualité des enchainements de la démarche	1 indic sur 3 → 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	1 indic sur 3 → 0,25 2 indic sur 3 → 0,5