MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION REGIONALE ABIDJAN 1
GROUPE SCOLAIRE LES FIGUIERS
COLLEGE LE FIGUIER ABIDJAN
DIRECTION DES ETUDES DU SECOND CYCLE

Le Groupe Scolaire Les Figuiers
Le Collège Le Figuier
Humilité - Discipline - Travail

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union-Discipline-Travail

06/10/25

DEVOIR DE NIVEAU N°1
MATHEMATIQUES

CE : MATHS
Niveau : TD
Durée :2H

EXERCICE 1 (2Pts)

Ecris le numéro de chaque affirmation sur ta feuille de copie suivi par **VRAI** si l'affirmation est vraie ou par **FAUX** si elle est fausse.

1. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $]-1\,;5]$ alors elle réalise une bijection de $]-1\,;5]$ vers $f(]-1\,;5]) = \left[f(5);\ \lim_{\underset{<}{\to}-1} f(x)\right[$.
2. Si f est continue et strictement monotone sur l'intervalle $[a\,;b]$ et $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur $]a\,;b[$.
3. Si $\lim_{x\to a} h(x) = l$ et $\lim_{x\to l} g(x) = b$ alors $\lim_{x\to a}(goh)(x) = b$.
4. Soient f et g deux fonctions numériques telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq g(x)$ si $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 (4Pts)

En utilisant le tableau de variation de f ci-dessous, calcule les limites suivantes

$$\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x^2+5x+3}{x^2-2x+9}\right)$$

$$\lim_{x\to-\infty} f\left(\sqrt{x^2+2}+x\right)$$

$$\lim_{x\to\pi} f\left(\frac{\sin(x)}{\pi-x}\right)$$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	12	↘	-5	↗	$+\infty$

EXERCICE 3 (3Pts)

Etudier la continuité de f en 0 dans chaque cas

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+\sin(x)}-1}{x} ; x < 0 \\ \sqrt{1+x} - \frac{1}{2} ; x \geq 0 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x+1}-1} ; x \geq 0 \\ \frac{x^2}{1-\cos(x)} ; x < 0 \end{cases}$, $f(0) = 2$

EXERCICE 4 (6Pts)

A/

Soit g la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

1.a) Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation

2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $-2 < \alpha < -1$

3. Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty\, ;\, \alpha[; g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha\, ;\, +\infty[; g(x) > 0 \end{cases}$

B/

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3-4}{x^2+1}$.

1.a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$.

b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation

2. Démontrer que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$

EXERCICE 5 (5Pts)

Konan et Koné deux élèves de 1D ont vu cette équation suivante au tableau dans une classe de TD, $\forall x \in \mathbb{R}$: $x^3 - 3x - 1 = 0$.

Koné affirme que cette équation admet une solution unique dans $\mathbb{R}$, tandis que son ami Konan affirme que cette équation admet exactement 3 solutions dans$\mathbb{R}$. Cette discussion les amènes vers toi élève de TD.

En utilisant tes connaissances mathématiques, départage les deux amis.