



# COLLÈGE PRIVÉ MERLAN-ADJAMÉ

Secondaire Général de la 6<sup>ème</sup> à la Tle / Tél : 01 02 24 02 54

E-mail : [collegeprivemerlan@yahoo.com](mailto:collegeprivemerlan@yahoo.com) / Code : 049577

## DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N° ...

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.

Les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

**Durée** : 4H

**Niveau** : Tle D

**Coefficient** : 02

**CE** : MATHS

### EXERCICE 1

02 points

Pour chacune des informations ci-dessous, indiquer son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N	Affirmations	A	B	C
1	Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = \ell$	alors $\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = a$ .	alors $\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = b$ .	alors $\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = \ell$ .
2	$\sqrt[5]{32}$ est égale à	5,655	4	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} =$	-1	0	1
4	u est une fonction la dérivée de $\sqrt{u}$ est :	$2\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$u' 2\sqrt{u}$

### EXERCICE 2

02 points

Ecrire le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

Enoncé	
1	Si $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , $2021 - \frac{1}{x^2} < f(x) < 2021 + \frac{1}{x^2}$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
2	X étant une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ , avec les probabilités respectives $P_1, P_2, \dots, P_n$ et $E(X)$ étant noté m : On appelle variance de X le nombre réel positif noté $V(X)$ tel que $V(X) = \sum_{i=1}^n P_i (x_i - m)^2$
3	Soit A et B deux évènements tels que $P(A) = \frac{1}{5}$ et $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ . Les évènements A et B sont incompatibles alors la probabilité de l'évènement B est égale à 0,3
4	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ alors la courbe (C) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 2$

**EXERCICE 3**

04 points

Dans cet exercice les probabilités seront arrondies à  $10^{-3}$  près et les différentes parties A et B sont liées.

Lors d'une enquête en cardiologie auprès des jeunes, on apprend que 80% sont des filles. De plus 40% des filles et 25% de garçons s'adonnent à la cigarette électronique.

**PARTIE A**

1- On choisit au hasard un jeune.

On note : A l'évènement : «le jeune choisit fume » ;

F l'évènement : «le jeune choisit est une fille »

- Calcule la probabilité que ce jeune soit un garçon.
- Calcule la probabilité que ce jeune soit une fille qui fume.
- Calcule la probabilité que ce jeune soit un garçon qui fume.
- En déduire que la probabilité le jeune choisi fume est 0,37.

**PARTIE B**

2- L'enquête a permis de savoir que :

- Parmi les jeunes fumeurs, 80% ont des parents fumeurs.
- Parmi les jeunes non-fumeurs, 28% ont des parents non-fumeurs.

On note B l'évènement : «le jeune choisit à des parents fumeurs »

- Calcule  $P(A \cap B)$  ;  $P(B \cap A)$  et en déduis  $P(B)$
- Calcule  $P_B(A)$

**EXERCICE 4**

04 points

Soit  $g$  une fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = 1 - \frac{12}{x^2} + \frac{16}{x^3}$

- Calcule les limites de  $g$  aux bornes de son ensemble de définition.
- On suppose pour la suite des questions que  $\forall x \in ]0; +\infty[, G(x) = 7 + x - \frac{8}{x^2} + \frac{12}{x}$
- Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction  $G$  au point d'abscisse 2.
- Calculer la limite de  $G$  en 0 et donner une interprétation graphique du résultat.
  - Calculer la limite de  $G$  en  $+\infty$
- Démontrer que la droite (D) d'équation  $y = x + 7$  est une asymptote à la courbe représentative de  $G$  en  $+\infty$ .

**EXERCICE 5**

04 points

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = (1+x)\sqrt{1+x} - 1$  avec  $D_f = [-1; +\infty[$ . On désigne par  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ . (Unité : 1cm)

- Calculer la limite de  $f(x)$  et  $\frac{f(x)}{x}$  en  $+\infty$ .
  - Justifier que  $(C_f)$  admet une branche parabolique dont on précisera la direction.
- Etudier la dérivabilité de  $f$  en  $-1$ .

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = x\sqrt{x} - 3x - 1$ .

- Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

2. a) Démontrer  $\forall x \in ]0; +\infty [$ ,  $f'(x) = \frac{3}{2}(\sqrt{x} - 2)$ .

b) Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation.

3.) a) Démontrer que l'équation :  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$ .

b) Justifier que  $9 < \alpha < 10$ .

## EXERCICE 6

05 points

Une PME Ivoirienne produit et vend  $x$  ordinateurs made in Côte d'Ivoire.

Le prix de vente est 0,7 FCFA l'unité (en millions de FCFA soit 700000 FCFA). Le coût total de production est modélisé par la fonction polynôme :  $CT(x) = 0,00007x^2 + 1120$  (en millions de FCFA).

Le chef d'entreprise de cette PME veut déterminer l'intervalle sur lequel le nombre  $x$  d'ordinateurs doit appartenir pour ne pas fonctionner à perte et déterminer ainsi le nombre exact d'ordinateurs à produire et à vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Aider ce chef d'entreprise.