COLLÈGE PRIVÉ MERLAN-ADJAMÉ
Secondaire Général de la $6^{ème}$ à la Tle /Tél : 01 02 24 02 54
E-mail : collegeprivemerlan@yahoo.com / Code : 049577

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°1

Durée : 4H
Prof. : M. TEHUA
Coefficient : 4
Niveau : Tle D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots ou les expressions suivantes: **(np ; une bijection ; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$; fonction dérivable ; $np(1-p)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$; extremum relative ; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$).**

Ecris sur ta feuille de copie , le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots ou expression à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

N°	Phrases incomplètes
1.	Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I définit……..de I de $f(I)$
2.	Soit une fonction f et (Cf) sa representation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Lorsqu'on a ……….. et…………on dit que la courbe (Cf) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (OI).
3.	L'espérance mathématique de la variable aléatoire X suivant une loi binomial $B(n; p)$ est…….
4.	Toute ……………en un point a est continue en a.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de Vrai si elle est correcte ou de Faux si elle ne l'est pas.

1. $\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq f(x) \leq 3 - \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ alors $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 3$.

2. on lance une pièce de monnaie 3 fois de suite. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où pile apparait, alors $P(X = 2) = \frac{3}{8}$.

3. voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,2	0,4	0,1	0,3

Alors :

$a)$ $E(X) = 2$

$b)$ $V(X) = 2$

$c)$ $\sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$d)$ F étant la fonction de répartition de la variable aléatoire X, on a : F(3,5) = 0,6

EXERCICE 3 (4 points)

Un joueur lance un dé parfait. Si le numéro sorti est 2 ou 4, il gagne 1,5 F, si le numéro sorti est impair il gagne 0,5 F et , si le 6 sort, il perd 5 F

On appelle X la variable aléatoite qui à un numéro associe le gain algébrique en franc cfa.

①. Détermine les valeurs prises par X.

②. Détermine la loi de probabilité de X.

③. Calcule l'espérance mathématique de X puis donne une interpretation du résultat.

④. Calcule la variance V(X) et l'écart-type $\sigma(X)$ de X.

⑤. Détermine et représente graphiquement la fonction de répartition de X.

Echelle: 1 cm → 1 (en abscisse) et 1cm → $\frac{1}{6}$ (on ordonnée).

EXERCICE 4 (5 points)

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ admettant le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$ $-\infty$	$\Vert$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

①. Détermine (D_f) l'ensemble de définition de la fonction f.

②. Détermine l'image par f de chacun des intervalles suivants :
$]3\,;\,+\infty[\,;\ ]1\,;3[\,;\ ]-\infty\,;\,-2]$ et $[-2\,;\,-1]$.

③. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]3\,;\,+\infty[$.

④. a) Justifie que la restriction h de f à $[1\,;3]$ est une bijection dans un intervalle J à préciser.

b) La restriction de f à l'intervalle $]-2\,;3[$ est – elle une bijection ?

⑤. En te servant de ce tableau, calcule les limites suivantes:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(-2\sqrt{x}\right)$; *b)* $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\frac{-2x+5}{x+1}\right)$, *c)* $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(3+\frac{1}{x}\right)$

EXERCICE 5 **(3 points)**

Chaque résultat sera donné sous la forme d'un nombre décimal arrondi d'ordre 3.

On admet que dans l'équipe des éléphants de côte d'Ivoire vainqueur de la CAN 2023, il y a 70% des joueurs qui sont droitiers du pied. Par ailleurs un joueur non droitier du pied tire le ballon du côté gauche du gardien de but dans 85% des cas et un joueur non gaucher du pied tire le ballon du côté droit du gardien de but dans 60% des cas.

On note les événements suivants :

D « le joueur est droitier » et C « le joueur tire à gauche du gardien de but ».

1. Traduis la situation par un arbre de probabilité.
2. Calcule la probabilité pour que :

   a) Un joueur soit droitier et qu'il tire à droite du gardien de but.

   b) Un joueur soit gaucher et qu'il tire à droite du gardien de but.
3. Démontre que la probabilité pour qu'un joueur tire le ballon à droite du gardien de but est

   0, 465.
4. Un joueur tire à gauche du gardien de but.

   Détermine la probabilité pour qu'il soit droitier du pied.

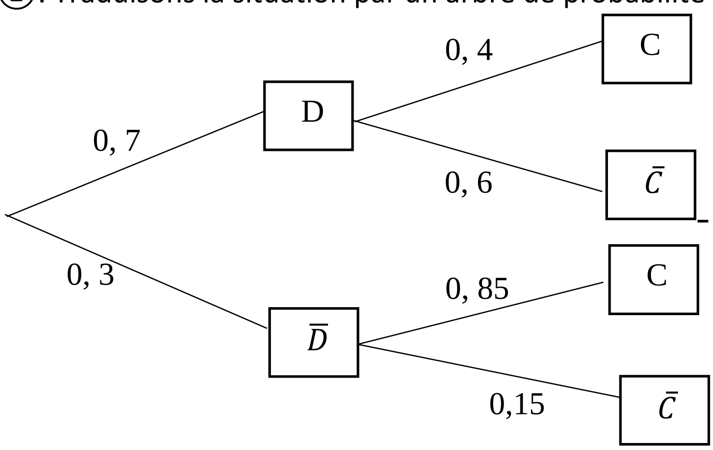
EXERCICE 6 **(4 points)**

Lors d'une recherche pour le cours de géographie, les élèves d'une classe de Terminale D du Collège Privé MERLAN découvrent une ville d'Afrique créée en 1960. La population de cette ville évolue selon une fonction croissante f telle que: $f(x) = \frac{60x+40}{x+10}$ où x est le nombre d'années écoulées depuis la fin de l'année 1960 et $f(x)$ est exprimée en dizaines de milliers d'habitants.

Un élève de la classe affirme que la population de cette ville ne pourra jamais dépasser 600000 habitants mais certains élèves de la classe pensent le contraire. Une discussion s'engage entre eux.

En tant que major de ta classe en mathématiques, utilise tes connaissances mathématiques pour les départager.

CORRIGE ET BAREME DU DEVOIR DE NIVEAU N°1

<table>
<tr><th colspan="2">CORRIGE</th><th>BAREME</th></tr>
<tr><td>EXERCICE N°1
(2 points)</td><td>①. Une bijection
②. np
③. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$
④. Une fonction dérivable</td><td>0,5
0,5
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{2}$
0,5</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°2
(2 points)</td><td>①. Faux
②. Vrai
③. a) Faux ; b) Faux ; c) Faux ; d) Faux</td><td>0,5
0,5
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{4}$</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°3
(4 points)</td><td>①. Les valeurs prises par X sont: -5 ; 0,5 et 1,5
②. Loi de probabilitré
<table><tr><td>x_i</td><td>-5</td><td>0,5</td><td>1,5</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{2}{6}$</td><td>$\frac{3}{6}$</td></tr></table>
③. Calcule correcte puis Interprétation correcte
④. Calcule correcte de variance V(X) et de l'ecart-type $\sigma(X)$
⑤. Determination et representation graphique correcte</td><td>0,25
$\mathbf{0,75}$
1
1
1</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°4
(5 points)</td><td>①. Déterminons D_f. $D_f = \mathbb{R}\backslash\{3\}$
②. Détermination correcte
③. Démontration correcte
④. a) Justification correcte
b) Justification correcte
⑤. Calcule correcte des limites</td><td>0,25
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{4}$
1
0,5
0,5
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{3}$</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°5
(3 points)</td><td>①. Traduisons la situation par un arbre de probabilité

</td><td>1</td></tr>
</table>

	②. a) $P(D \cap \overline{C}) = P(D) \times P_D(\overline{C}) = 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}42$ ----→ b) $P(\overline{D} \cap \overline{C}) = P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(\overline{C}) = 0{,}3 \times 0{,}15 = 0{,}045$---→ ③. $P(\overline{C}) = P(D \cap \overline{C}) + P(\overline{D} \cap \overline{C}) = 0{,}42 + 0{,}045 = 0{,}465$-→ ④. $P_C(D) = \frac{P(D \cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}7 \times 0{,}4}{1 - 0{,}465} = 0{,}523$ ----------------→	**0, 25** **0, 25** **0, 5** **1**
EXERCICE N°6 **(4 points)**	- Pour départager ces élèves nous allons utiliser , la notion de limite et continuité. Pour cela, nous allons : - Calculer la limite de la fonction quand x tend vers +∞ - Déterminer la population limite - Puis comparer le résultat de la limite à 60000. - Conclure. • Calculons la limite lorsque x tend vers $+\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{60x+40}{x+10}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{60x}{x} = 60$ • Déterminons la population limite : En multipliant le résultat de la limite par 10 000, donc la population limite est : $60 \times 10\,000 = 600\,000$. On a 60 000 habitants. • Conparons le résultat à 600 000 Nous constatons que la population limite atteint les 600 000 habitants. • Conclusion : l'élève qui a fait l'affirmation a raison.	

Grille d’évaluation

Critères	Indicateur de performance	Barême
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon -Existence de calcul de limite -Justification de la population limite -Presence de comparaisons	**0, 75 points** 1 indic sur 4→ 0,25 2 indic sur 4→ 0,5 3 indic sur 4→ 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Calcul de limite -Determination de la population limite. -Comparaison de la population limite à 600 000 habitants.	**1, 5 points** 1 indic sur 4→ 0,5 2 indic sur 4→ 1 3 indic sur 4→ 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la demarche -La qualité des enchainements de la démarche	**1, 25 points** 1 indic sur 3→ 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	**0, 5 points** 1 indic sur 3→ 0,25 2 indic sur 3 → 0,5