

Exercice : 6 points

On considère les nombres complexes : $z_1 = -3 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 1 - i$ $z_3 = \frac{2}{z_2}$.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Mettre les nombres z_3 sous forme algébrique .
2. Calculer le module et un argument de z_1 , z_2 et z_3 , puis en déduire leur forme trigonométrique.
3. Placer les points A, B et C d'affixes respectives z_1 , z_2 et z_3 .
4. Démontrer que le triangle BOC est rectangle en O.
5. Déterminer l'affixe z_4 du point D pour que le quadrilatère OADC soit un parallélogramme.
on mettra le nombre complexe z_4 sous la forme algébrique.

Exercice 2 : 3 points

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation : $x^2 - 4x - 5 = 0$
2. En déduire la résolution, dans l'ensemble des nombres réels, des équations suivantes :
 $(\ln x)^2 - 4 \ln x - 5 = 0$; $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3 \ln 2$

PROBLÈME : (11 points)

Dans tout le problème, le plan P est rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+2+\ln x}{x}$

Partie A

1. Il semble que l'axe des ordonnées soit asymptote à la courbe C . Le prouver par le calcul.
2. a) Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f(x) = 1 + \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}$
b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
c) En déduire l'existence d'une asymptote D à la courbe C . Donner son équation et la tracer sur la page
3. a) Prouver que, pour tout x de $]0; +\infty[$ $f'(x) = \frac{-1 - \ln x}{x^2}$.
b) Montrer que $f'(x)$ s'annule en changeant de signe en $\frac{1}{e}$.
c) Etablir le tableau de variation de f . Dans ce tableau, on donnera la valeur exacte du maximum de f .
d) Tracer La courbe représentative C de la fonction f dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie B

1. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x+2}{x}$ et H . la courbe représentative de g .
a) Etudier rapidement la fonction g sur $]0; +\infty[$ (dérivée, limites, tableau de variation).
b) Donner les équations des deux asymptotes de la courbe H .
2. a) Calculer $f(x) - g(x)$ et étudier son signe.
b) Montrer que les deux courbes C et H se coupent en un point K d'abscisse 1.
c) Etudier la position relative des deux courbes C et H .

Placer le point K et construire la courbe H dans le repère précédent.

Annexe problème

| | | | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|---|---|-----|---|---|---|---|---|
| x | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | 2,5 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |
| $g(x)$ | | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | | | | | | | | | | | |



