C.P.K .BLI – Coprikabli@gmail.com *** TEL : 07 98 59 85

Devoir de niveau 1
Date **:10/11/2021**

MATHEMATIQUES

Niveau : **T^le** D
Durée : **4 Heures**

Prof : **M. Touré**

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 Points)*

Recopie le numéro de l'affirmation puis écrit Vrai (V) si l'affirmation est vraie ou Faux (F) si elle est Fausse.

N°	Affirmations
1.	La fonction : $x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ est continue sur l'ensemble $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$
2.	Soit f une fonction numérique et (C_f) sa courbe représentative. Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ alors (C_f) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $-\infty$
3.	Les fonctions polynômes, tout comme les fonctions rationnelles sont continues sur IR
4.	Si f est une fonction continue et strictement croissante sur $[a;b]$ alors $f([a;b]) = [f(b);f(a)]$

EXERCICE 2 *(2 Points)*

Pour chaque affirmation suivante, trois (3) propositions sont faites dont une seule est exacte. Recopie le numéro de l'affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	Affirmation	A	B	C
1	A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire. Si A et B sont deux événements indépendants de probabilités non nulles, alors	$A \cap B = \emptyset$	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$	$P_A(B) = P(B)$
2	A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire. Si A et B sont deux événements incompatibles, alors	$P(A) = 1 - P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = 1$
3	Un système de sécurité comporte deux alarmes indépendantes ayant respectivement des probabilités de déclenchement en cas d'incident égales à 0,95 et 0,90. Lors d'un incident la probabilité que les deux alarmes se déclenchent est :	0,855	0,995	0,05

4	Soit A et B deux évènements de Ω tels que $P(B) \neq 0$. La **probabilité conditionnelle de A sachant que B** est réalisé est donnée par la formule suivante :	$P_B(A) = \frac{P(A)}{P(B)}$	$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

EXERCICE 3

(3 Points)

On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{x^2}{x^2+x}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J)**.**

1. a) Justifie que l'ensemble de définition de g est $D_g =]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\cup]0; +\infty[$
   b) Calcule les limites aux bornes de D_g

   c) En déduis que la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à (C_g) en $+\infty$

2. Justifie que g admet un prolongement par continuité en 0 puis détermine ce prolongement continue k.

3. La fonction g est-elle prolongeable par continuité en 1 ?

EXERCICE 4

(3 points)

Un sondage est effectué sur une population d'élèves de Terminale après les résultats du BAC. 90% des élèves ont révisé sérieusement. Parmi les élèves qui ont révisé sérieusement, 80% ont eu le BAC. 30% des élèves qui n'ont pas révisé sérieusement ont eu le BAC. On note B l'évènement : « l'élève a eu le BAC » et R l'évènement : « l'élève a révisé sérieusement »
On désigne par $\bar{B}$ *et* $\bar{R}$ les évènements contraires respectifs de B et R.

1) Réalise un arbre de probabilités traduisant les données de l'énoncé.

2) On choisit au hasard un élève dans cette population.

   a) Détermine la probabilité qu'il ait révisé sérieusement et ait eu le BAC.
   b) Justifie que $P(B) = 0,75$
   c) L'élève a eu le BAC. Détermine la probabilité qu'il ait révisé sérieusement.

3) On choisit au hasard 10 élèves dans cette population. On suppose que ces choix se font de façon indépendante. Soit X la variable aléatoire qui fait correspondre le nombre d'élèves qui ont eu le BAC parmi ces 10 élèves.

   Détermine la probabilité qu'il y ait exactement trois élèves qui ont eu le BAC.

EXERCICE 5 ***(5 points)***

Soit f est une fonction définie sur IR par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

1) Calcule les limites de f $en - \infty$ et $en + \infty$

2) a- Détermine la dérivée f' de f et en déduis les variations de f.

   b- Dresse le tableau de variation de f .

3) a- Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

   b- Justifie que $1,6 < \alpha < 1,7$.

   c- Donne un encadrement de α à 10^{-2} près par la méthode de balayage.

4) Justifie que $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, & f(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, & f(x) > 0 \end{cases}$

5) a- Soit h la restriction de f à l'intervalle $]1 ; +\infty[$; montre que h est une bijection de $]1; +\infty[$ vers un intervalle K à déterminer.

   b- Dresse le tableau de variation de h^{-1}.

EXERCICE 6 ***(5 Points)***

Lors d'une fête de fin d'année du *Collège Privé Katchem de Boundiali*, un partenaire de la fête organise le jeu suivant : '' Un jeu consiste à lancer successivement trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Le joueur gagne 600 francs s'il obtient 3 fois « PILE », gagne 300 francs s'il obtient 2 fois exactement « PILE », gagne 100 francs s'il obtient une fois exactement « PILE », mais perd **S** francs s'il n'obtient que des « FACE » ''.
Koné, élève en classe de Terminale D souhaite participer au jeu ; mais bien avant il veut savoir si le jeu est équitable. Pour cela, il sollicite l'aide de ses camarades de classe afin de régler son souci.

On désigne par X la variable aléatoire représentant en francs le gain du joueur (un gain est positif ou négatif).

Par une démarche logique de mathématique, détermine la somme S perdue par le joueur pour que le jeu soit équitable.

« Bonne Chance »