



LA PEROUSE
Collège crée par un collectif d'enseignants de l'Université et des Lycées

BP 1484 Abidjan 22
☎ 22496049-07056738-03718818

ANNEE SCOLAIRE 2022-2023	DEVOIR DE MATHEMATIQUES	NIVEAU : T ^{le} D
C.E. MATHEMATIQUES		DUREE : 4H00
		DATE : 14/11/2022

- Ce devoir comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
- L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
- Toute surcharge ou rature annule la réponse à chacune des questions des exercices de qcm.

Exercice 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse :

N°	AFFIRMATIONS
1	A et B sont deux évènements de l'univers Ω des possibles d'une expérience aléatoire. Si A et B sont incompatibles, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
2	u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle ouvert I et v ne s'annule pas sur I. La fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et on a : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{v'u - u'v}{v^2}$
3	Soient A_1, A_2, \dots, A_n des évènements qui forment une partition d'un univers Ω . Pour tout évènement B de Ω , on a : $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$.
4	Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert K et a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a; b]$, on a $m \leq f'(x) \leq M$ alors $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses sont proposées et une seule est correcte.

Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse :

N°	ENONCES	A	B	C	D
1	A et B sont deux évènements indépendants de probabilités respectives $P(A) = 0,2$ et $P(B) = 0,4$. La probabilité $P(A \cap B)$ est égale à :	0,6	0,4	0,08	0,2
2	g la fonction dérivable sur \mathbb{R} et définie par $g(x) = \sqrt{1 + x^2}$. Pour tout x élément de \mathbb{R} , $g'(x)$ est égale à :	$\frac{x}{2\sqrt{1 + x^2}}$	$\frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$	$\frac{2x}{\sqrt{1 + x^2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{1 + x^2}}$
3	Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p . La variance $V(X)$ de X est égale à :	np	$p(1 - p)$	$np(1 - p)$	$n(1 - p)$
4	Soit f une fonction dérivable et strictement monotone sur K et f' ne s'annule pas sur K. f^{-1} est dérivable sur $f(K)$ et $(f^{-1})'$ est égale à :	$\frac{1}{f' \circ f^{-1}}$	$\frac{-1}{f' \circ f^{-1}}$	$\frac{1}{f^{-1} \circ f'}$	$\frac{-1}{f^{-1} \circ f'}$

Exercice 3 (3 points)

Les questions 1 et 2 sont indépendantes l'une de l'autre.

1. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2+x}{x+1} \text{ si } x < -1 \\ g(x) = x + \sqrt{x^2 + 3x + 2} \text{ si } x \geq -1 \end{cases}$$

a) Démontre que g est continue en -1 .

b) Etudie la dérivabilité de g en -1 .

2. On considère la fonction φ définie sur \mathbb{R} par : $\varphi(x) = \sin x$.

a) Démontre que pour tout $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$, $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \varphi'(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) En appliquant l'inégalité des accroissements finis à l'intervalle $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$, démontre que :

$$\frac{\sqrt{2}}{12} \leq \frac{\sqrt{2}-1}{\pi} \leq \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

Exercice 4 (4 points)

Dans une kermesse, un jeu est organisé de la façon suivante :

Le joueur mise 500f CFA puis il réalise un tirage en deux étapes :

1^{ère} étape : Le joueur tire au hasard un billet dans un panier où sont placés 6 billets marqués « U_1 » et 4 billets marqués « U_2 ». Tous les billets sont indiscernables au toucher.

2^{ème} étape : • Si un joueur a obtenu un billet marqué « U_1 », il tire alors un jeton dans une urne U_1 où sont placés 5 jetons marqués « perdant » et 3 jetons marqués « gagnant ».

• Si un joueur a obtenu un billet marqué « U_2 », il tire alors un jeton dans une urne U_2 où sont placés 2 jetons marqués « perdant » et 3 jetons marqués « gagnant ».

Les jetons dans les deux urnes sont tous indiscernables au toucher.

On note A l'évènement : « Le joueur a tiré un billet marqué « U_1 » ».

On note B l'évènement : « Le joueur a tiré un billet marqué « U_2 » ».

On note G l'évènement : « Le joueur a tiré un jeton marqué « gagnant » ».

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Construis un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.

2. Démontre que la probabilité de l'évènement G est $P(G) = \frac{93}{200}$.

3. Un joueur a tiré un jeton marqué « gagnant ». Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu un billet marqué « U_1 » ?

4. Avec un jeton gagnant de l'urne U_1 , le joueur reçoit 1500f CFA ; avec un jeton gagnant de l'urne U_2 , le joueur reçoit 500f CFA. Et dans les autres cas, il ne reçoit rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur. (Différence entre ce que le joueur reçoit et sa mise).

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Etablis la loi de probabilité de X.

c) Détermine l'espérance mathématique et l'écart type de X.

Exercice 5 (5 points)

Soit la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$. On désigne par (\mathcal{C}_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2 cm.

1. Justifie que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty; -2] \cup]0; +\infty[$.

2. a) Démontre que $\lim_{x \rightarrow -2}^< \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0}^> \frac{f(x) - f(0)}{x} = +\infty$.

b) Interprète graphiquement ces résultats.

3. a) Démontre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et interprète graphiquement ce résultat.

b) Détermine la limite de f en $-\infty$.

c) Démontre que la droite (D) d'équation $y = -2x - 1$ est une asymptote à (\mathcal{C}_f) en $-\infty$.

4. a) Démontre que $\forall x \in]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} - 1$.

b) Démontre que : $\forall x \in]-\infty; -2[$, $f'(x) < 0$ et $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) > 0$.

c) Dresse le tableau de variation de f .

5. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; -2]$.

a) Démontre que h réalise une bijection de $]-\infty; -2]$ sur un intervalle K que l'on précisera.

b) Dresse le tableau de variation de h^{-1} , la bijection réciproque de h .

c) Calcule $h(-4)$ et $(h^{-1})'(4 + 2\sqrt{2})$.

6. Trace la droite (D) et la courbe (\mathcal{C}_f) .

Exercice 6 (4 points)

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg de ce produit par jour. Un étude a montré que le bénéfice journalier réalisé par ce laboratoire, exprimé en milliers de F CFA, pour la production et la vente de x kg de produit est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[5; 30]$ par : $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$.

En t'appuyant sur tes acquis de la classe de Terminale, détermine la quantité de produit que ce laboratoire doit fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice journalier maximal.

Donne une estimation du bénéfice maximal réalisé. On arrondira le résultat à l'unité près.



ANNEE SCOLAIRE 2023-2024	DEVOIR DE MATHEMATIQUES	NIVEAU : Tle D
C.E. MATHEMATIQUES		DUREE : 4H00
		DATE : 06/11/2023

- Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
- L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

Exercice 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse :

1. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et si : $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = +\infty$.
2. A et B sont deux évènements de probabilités non nulles. Si A et B sont des évènements incompatibles, alors $P_A(B) = 0$.
3. Si f est une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $]a; b[$.
4. La variance d'une variable aléatoire X est le nombre réel noté $V(X)$ tel que :
 $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses A, B, C et D sont données et une seule est correcte.

Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse :

N°	ENONCES	REPONSES
1	A et B sont deux évènements indépendants tels que $P(A) = 0,42$ et $P(A \cap B) = 0,252$. La probabilité de l'évènement B est :	A $P(B) = 0,6$
		B $P(B) = 0,68$
		C $P(B) = 0,58$
		D $P(B) = 0,5$
2	Soit f une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle K. Si la dérivée f' de f ne s'annule pas sur K, alors la bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable sur $f(K)$ et pour tout $x \in f(K)$, on a :	A $(f^{-1})'(x) = \frac{-1}{f' \circ f^{-1}(x)}$
		B $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f' \circ f(x)}$
		C $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f' \circ f^{-1}(x)}$
		D $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f^{-1} \circ f'(x)}$
3	Dans une classe de 35 élèves, chaque élève arrive en retard, indépendamment les uns des autres, avec une probabilité égale à 0,04. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'élèves en retard. La probabilité d'avoir exactement deux élèves en retard, arrondie au millièmes près est :	A $P(X = 2) = 0,238$
		B $P(X = 2) = 0,258$
		C $P(X = 2) = 0,248$
		D $P(X = 2) = 0,268$
4	Soit g la fonction définie sur $[2; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{3x + \sin x}{x-1}$. La limite quand x tend vers $+\infty$ de $g(x)$ est égale à :	A 0
		B $-\infty$
		C 3
		D $+\infty$

Exercice 3 (3 points)

Soit la fonction h définie par : $h(x) = (1 - x)\sqrt{1 - x^2}$. On désigne par (C_h) la courbe représentative de h dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Détermine l'ensemble de définition de h .
2. Démontre que h est dérivable à gauche en 1 et précise $h'_g(1)$.
3. Etudie la dérivabilité de h à droite en -1 . Interprète graphiquement le résultat obtenu.
4. On admet que h est dérivable sur $] -1; 1[$.
 - a) Démontre que $\forall x \in] -1; 1[$, on a : $h'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{\sqrt{1 - x^2}}$.
 - b) Etudie les variations de h et dresse son tableau de variation.
 - c) Détermine une équation de la tangente (T) à (C_h) au point d'abscisse 0.

Exercice 4 (4 points)

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville. La vaccination contre la grippe est possible ; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40% de la population est vaccinée ;
- 8% des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20% de la population a contracté la grippe.

On choisit au hasard une personne dans la population de la ville et on considère les évènements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » et G : « la personne a contracté la grippe ».

1. Donne la probabilité de l'évènement G .
2. Construis un arbre pondéré décrivant la situation.
3. Détermine la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.
4. La personne choisie n'est pas vaccinée. Démontre que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Partie B

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville. Après la période hivernale, on interroge au hasard et de façon indépendante n personnes de la ville. n est un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Justifie que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Dans cette question, on suppose que $n = 40$.

Calcule la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées. (On arrondira le résultat à 10^{-3} près).
3. Soit P_n la probabilité d'avoir au moins une personne vaccinée sur les n interrogées. Démontre que $P_n = 1 - (0,6)^n$.

Exercice 5 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 1 cm.

1. Calcule $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
2. a) Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
c) Etudie la position relative de (C_f) et de (D) .
3. a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$.
b) Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
4. Construis (C_f) et toutes ses asymptotes.
5. Soit g la restriction de f à l'intervalle $] -\infty; 0]$.
a) Démontre que g réalise une bijection de $] -\infty; 0]$ sur un intervalle K que l'on déterminera.
On note g^{-1} sa bijection réciproque.
b) Calcule $g(-1)$ et justifie que g^{-1} est dérivable en $\frac{2}{3}$.
c) Détermine la valeur exacte de $(g^{-1})'(\frac{2}{3})$.

Exercice 6 (5 points)

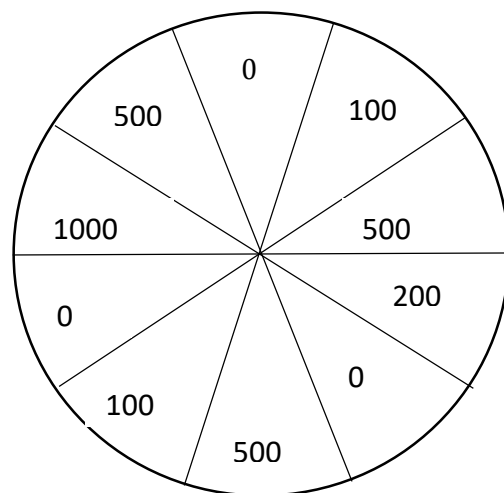
Pendant une kermesse organisée par la promotion Terminale de ton lycée, un jeu se déroule de la manière suivante :

- Un joueur mise la somme de 100 F CFA pour une partie.
- Il tourne une roue bien équilibrée.
- Le jeu rapporte alors au joueur le montant Indiqué par la roue.

On appelle gain du joueur, la différence entre le montant indiqué par la roue et sa mise.

Un de tes amis de classe affirme que le gain moyen par partie à ce jeu est de 190 F CFA. Certains élèves de la classe ne sont pas d'accord avec lui. Tu décides alors de faire des calculs pour les départager.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si ton ami a raison.



UNITE PEDAGOGIQUE
MATHÉMATIQUES
1700-C1-3 & 1700-C2-3

MATHÉMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE : 2023-2024
COEFFICIENT : 4 DUREE : 4H

SERIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Exercice 1 (02 points)

Écris sur ta copie le numéro de l'affirmation, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou suivi de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \begin{cases} 3 + x, & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ est continue en -1
2	P étant une probabilité définie sur un univers Ω , A et B deux évènements indépendants tels que $P(A) = \frac{3}{4}$ et $P(B) = \frac{1}{6}$ alors $P(A \cap B)$ est égale à $\frac{3}{8}$
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ est égale à $\frac{1}{2}$
4	Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$ et $f(a) \times f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]a; b[$
5	Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire à plusieurs éventualités

Exercice 2 (02 points)

Pour chaque énoncé incomplet du tableau ci-dessous, écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la réponse correcte (une seule réponse est correcte pour chaque énoncé incomplet).

N°	Affirmations incomplètes	Lettres	Réponses								
1	Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x_i</td> <td style="padding: 5px;">-5</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">P_i</td> <td style="padding: 5px;">0,5</td> <td style="padding: 5px;">0,3</td> <td style="padding: 5px;">0,2</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">Si F_X est la fonction de répartition de X alors...</p>	x_i	-5	0	9	P_i	0,5	0,3	0,2	A	$F_X(0) = 0,3$
		x_i	-5	0	9						
		P_i	0,5	0,3	0,2						
		B	$F_X(2) = 0,8$								
		C	$F_X(11) = 0,8$								
D	$F_X(9) = 0,9$										
2	A la roulette, la probabilité que la boule tombe sur le rouge est $\frac{2}{5}$. On gagne à la roulette si la boule tombe sur le rouge et on perd sinon. Un participant joue trois fois successivement à la roulette. La probabilité qu'il gagne exactement deux fois à la roulette est....	A	0,288								
		B	0,280								
		C	0,208								
		D	0,828								

3	<p>Soit $h(x) = g \circ f(x)$ avec $f(x) = 4 + \frac{2}{x^2+1}$</p> <p>et $g(x) = \sqrt{x}$ alors....</p>	A	$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$															
		B	$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 4$															
		C	$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 2$															
		D	$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$															
4	<p>On donne la fonction f définie sur \mathbb{R} dont le tableau de variation est le suivant :</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </tbody> </table> <p>L'équation $f(x) = 0$ admet...</p>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	2			-1		$-\infty$	A	Une solution unique sur \mathbb{R}
		x	$-\infty$	1	3	$+\infty$												
		$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	2												
				-1		$-\infty$												
B	Deux solutions sur \mathbb{R}																	
C	Quatre solutions sur \mathbb{R}																	
D	Trois solutions sur \mathbb{R}																	
5	<p>Yao a installé un système de sécurité qui comporte deux alarmes indépendantes ayant respectivement des probabilités de déclenchement en cas d'incident égales à 0,9 et 0,85. Lors d'un incident la probabilité qu'une alarme au moins se déclenche est égale.....</p>	A	0,765															
		B	0,850															
		C	0,915															
		D	0,985															

Exercice 3 (03 points)

Une urne contient trois boules blanches et cinq boules noires, indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Lorsqu'on tire une boule blanche, on marque un point ; lorsqu'on tire une boule noire, on perd un point. Désignons par X la variable aléatoire égale au nombre de points marqués.

1. Détermine les valeurs prises par X .
2. Etablis la loi de probabilité de X .
3. Définis la fonction de répartition F

Exercice 4 (04 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x^2 + 1$. On note (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) . On admet que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

1. a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$
 b) Donne une interprétation graphique des résultats précédents
2. On note f' la dérivée de f et on admet que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; 0[, f'(x) > 0 \\ \forall x \in]0; +\infty[, f'(x) < 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases}$$
 - a) Dresse le tableau de variation de f
 - b) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β sur \mathbb{R} avec $\alpha < \beta$
 - c) Vérifie que $1,7 < \beta < 1,8$
 - d) Déduis-en le signe de f suivant les valeurs de x
3. Soit h la restriction de f à $]0; +\infty[$
 - a) Justifie que h est une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle K à préciser.
 - b) On note h^{-1} la bijection réciproque de h . Dresse le tableau de variation de h^{-1}

Exercice 5 (04 points)

Dans une ville, un quart des femmes et un tiers des hommes sont au chômage. On sait également que 30% de la population de cette ville est au chômage.

1. On interroge au hasard une personne de cette population et on note les événements suivants :
 F : « la personne interrogée est une femme » et C : « la personne interrogée est au chômage ».
 - a. Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité
 - b. Démontre que la probabilité de l'évènement F est égale à $\frac{2}{5}$
 - c. Sachant que la personne interrogée est au chômage, quelle est la probabilité qu'elle soit une femme ?
2. On choisit au hasard 10 personnes de cette population active. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes au chômage parmi les 10 personnes interrogées. La probabilité qu'une personne soit au chômage est $\frac{3}{10}$ (On donnera l'arrondi des résultats à 10^{-4} près)
 - a. Détermine les valeurs prises par X .
 - b. Justifie que X suit la loi binomiale
 - c. Calcule la probabilité d'avoir exactement 4 personnes au chômage.
 - d. Calcule la probabilité d'avoir au plus une personne au chômage.
 - e. Calcule la probabilité d'avoir au moins une personne au chômage

Exercice 6 (05 points)

Une espèce de singes en voie de disparition a été protégée dans un parc national d'un pays d'Afrique. Malheureusement, les braconniers réussissent à pénétrer dans le parc pour les abattre.

L'évolution de la population de cette espèce de singes est modélisée par la fonction $S(t) = \frac{4sint+3t}{t+1}$ où t représente le nombre d'années. A la première année, il y avait 50 singes.

Le responsable du parc veut savoir le nombre de singes de cette espèce qui restera après une très longue période puisqu'il n'arrive pas à la protéger efficacement.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation du responsable du parc



BP 1484 Abidjan 22

☎ 22496049-07056738-03718818

ANNEE SCOLAIRE 2021-2022	DEVOIR DE MATHEMATIQUES	NIVEAU : T ^{le} D
C.E. MATHEMATIQUES		DUREE : 4H00
		DATE : 24/11/2021

Exercice 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse :

N°	AFFIRMATIONS
1	A et B sont deux évènements de l'univers Ω des possibles d'une expérience aléatoire. Si A et B sont incompatibles, alors $A \cap B$ est un évènement certain.
2	Soit u une fonction dérivable sur un intervalle K et ne s'annulant pas sur K et n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. La fonction $\frac{1}{u^n}$ est dérivable sur K et on a : $\left(\frac{1}{u^n}\right)' = \frac{n \times u'}{u^{n+1}}$.
3	A est un évènement de probabilité $P(A)$. La probabilité de \bar{A} l'évènement contraire de A est $P(\bar{A}) = 1 + P(A)$.
4	Soit f une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle K telle que sa dérivée f' ne s'annule pas sur K . La bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable sur $f(K)$ et pour tout élément a de $f(K)$, on a : $(f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque énoncé, quatre réponses sont proposées et une seule est correcte.

Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse :

N°	ENONCES	A	B	C	D
1	A et B sont deux évènements indépendants de probabilités $P(A) = 0,2$ et $P(B) = 0,4$. La probabilité de $A \cap B$ est égale à :	0,6	0,4	0,08	0,2
2	f la fonction dérivable sur \mathbb{R} et définie par : $f(x) = \sqrt{1+x^2}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)$ est égale à :	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}$	$\frac{x}{2\sqrt{1+x^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
3	Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p . La variance de X est $V(X)$ égale à :	np	$p(1-p)$	$np(1-p)$	$n(1-p)$
4	Soit h la fonction dérivable sur $]1; +\infty[$ et définie par : $h(x) = \frac{2+x}{1-x}$. Le coefficient directeur de la tangente (T) à (C_h) au point d'abscisse 2 est égal à :	1	-4	2	3

Exercice 3 (3 point)

On considère la fonction g définie sur $[-1; 1]$ par : $\begin{cases} g(x) = \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$. On note (C_g)

la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Démontre que g est continue en 0.

2. a) Démontre que g est dérivable en 0 et donne $g'(0)$.

3. a) On admet que $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = +\infty$. Interprète graphiquement ce résultat.

b) Etudie la dérivabilité de g à gauche en 1. Interprète graphiquement le résultat trouvé.

Exercice 4 (5 points)

Pour réaliser une loterie, un organisateur dispose d'un sac contenant exactement un jeton blanc et neuf jetons noirs indiscernables au toucher et d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Il décide des règles suivantes pour le déroulement d'une partie. Le joueur doit tirer un jeton puis jeter le dé :

- Si le jeton tiré est blanc, le joueur perd lorsque le jet du dé donne 6.
- Si le jeton tiré est noir, le joueur gagne lorsque le jet du dé donne 6.

À la fin de la partie, le jeton tiré est remis dans le sac. On note les événements suivants :

B : « le jeton tiré est blanc » et G : « le joueur gagne la partie ».

1. Démontre que la probabilité de l'évènement G est $P(G) = \frac{7}{30}$.

(On pourra s'aider d'un arbre pondéré).

2. Le joueur a perdu la partie. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré un jeton blanc ?

3. Un joueur décide de faire quatre parties indépendantes les unes des autres.

Calcule la probabilité qu'il en gagne exactement deux. On arrondira le résultat à 10^{-3} près.

4. L'organisateur décide de faire de sa loterie un jeu d'argent.

Chaque joueur paie 1 euro pour jouer une partie :

- Si le joueur gagne la partie, il reçoit 5 euros.
- Si le joueur perd la partie, il ne reçoit rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue d'une partie.

a) Donne la loi de probabilité de X .

b) Prouve que le jeu est défavorable à l'organisateur.

5. L'organisateur décide de modifier le nombre n de jetons noirs (n entier naturel non nul) tout en gardant un seul jeton blanc.

Pour quelles valeurs de n le jeu est-il favorable à l'organisateur ?

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2}$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 1 cm.

1. a) Calcule la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Interprète graphiquement les résultats.
b) Justifie que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$. Interprète graphiquement ces résultats.
2. a) Démontre que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, on a : $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^3}$.
b) Etudie le sens de variation de f .
c) Dresse le tableau de variation de f .
d) Déduis-en le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
3. Soit g la restriction de f à l'intervalle $]1; +\infty[$.
a) Démontre que g est une bijection de $]1; +\infty[$ sur un intervalle K à déterminer.
b) Justifie que la bijection réciproque de g , notée g^{-1} est dérivable sur K .
c) Calcule $g(2)$ et $(g^{-1})'(3)$.
4. Trace (C_f) et toutes ses asymptotes dans le repère (O, I, J) .

Exercice 6 (4 points)

Un institut de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. Cet institut de recherche met alors au point un test de dépistage de la maladie responsable de cette disparition et fournit les renseignements suivants :

- La population testée comporte 50% d'animaux malades ;
- Si un animal est malade, le test est positif dans 99% des cas ;
- Si un animal n'est pas malade, le test est positif dans 0,1% des cas.

L'institut estime qu'un test est fiable si sa valeur prédictive, c'est-à-dire la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif est supérieure à 0,999.

Le directeur de cet institut de recherche te sollicite pour connaître la fiabilité du test.

En te basant sur les données fournies dans l'énoncé et en t'appuyant sur tes acquis de la classe de Terminale D, donne une réponse détaillée au directeur de cet institut de recherche.

DEVOIR SURVEILLE
 NIVEAU: TleD
 Année-Scolaire : 2022-2023

MATHÉMATIQUES

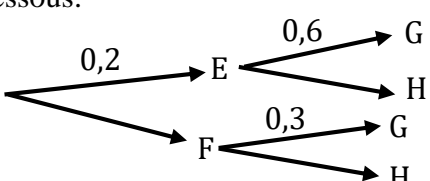
Coefficient : 4
 Durée : 4 heures
 Enseignant : M. KAY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1; 2 et 3.
 L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Écris sur ta copie, le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste. **Exemple : 5-C**

N°	Affirmations	A	B	C
1	On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin(\frac{x}{2})}{x} \right)$ est égal à	1	$\frac{1}{2}$	2
2	Si f est une fonction telle que : $\forall x > 2. f(x) - 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ alors	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
3	si f est une fonction continue et strictement décroissante sur]a ; b], alors l'image de]a ; b] par f est	$\left] \lim_{x \rightarrow a} f(x); f(b) \right]$	$\left] f(b); \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]$	$\left[f(b); \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right[$
4	On considère l'arbre pondéré ci-dessous. <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	$P_H(F) = 0,7$	$P_H(F) = 0,56$	$P_H(F) = 0,875$

EXERCICE 2

 (2 points)

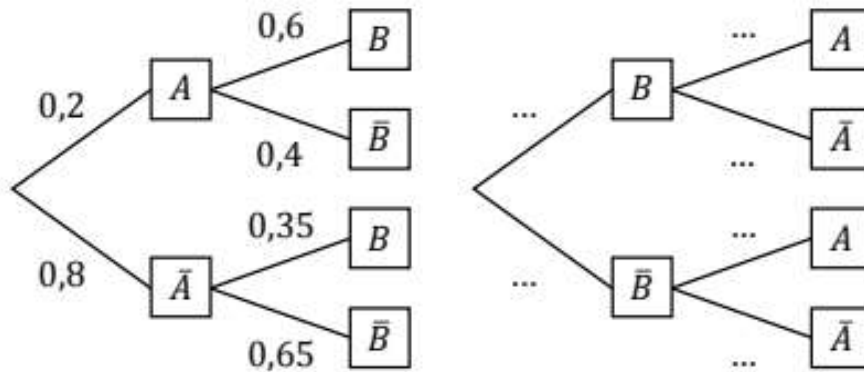
Pour chacune des propositions ci-dessous, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F) en écrivant sur ta copie par **exemple 5.V** pour dire que la proposition 5 est vraie.

1. Pour tout ombre réel strictement positif a on a : $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a}$
2. La variance V(X) d'une variable aléatoire X peut être négative.
3. Pour tous évènements A et B d'un même univers, si $P(A) \neq P(B)$ alors A et B sont indépendants.
4. La probabilité d'obtenir k succès est : $P(X = k) = C_n^k P^k (1 - p)^{n-k}$.

EXERCICE 3 (3 points)

Une situation est modélisée par l'arbre ci-dessous à gauche. A et B désignant deux évènements.

On se propose de compléter l'arbre à droite, appelé arbre inverse du précédent.



1. a) En utilisant l'arbre initial, calcule $P(A \cap B)$ ainsi que $P(\bar{A} \cap B)$.
- b) En déduire $P(B)$.
2. Calcule $P_B(A)$
3. Calcule $P_{\bar{B}}(A)$
4. Complète l'arbre inversé de droite.

EXERCICE 4 (5 points)

f est une fonction de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que : $f(6) = 19,72$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) + \frac{3}{4}x - 1 \right] = 0$.

Le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-
$f(x)$	-17	$\nearrow 5$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$ $\searrow -\infty$

1. Donne l'ensemble de définition de f puis les limites ses bornes.
2. En justifiant, précise les équations de toutes les asymptotes à la courbe (C_f) .
3. Détermine l'image par f de l'intervalle $]-\infty, 0[$.

4. En te servant de ce tableau, calcule les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-2\sqrt{x})$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{-2x+5}{x+1}\right)$; c) $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$ et c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4f(x)+3}{f(x)-1}$

5. Justifie que sur $] -\infty, 0[$ la courbe (C) de f est au-dessous de la droite (Δ_1)

d'équation $y = \frac{11}{2}$

6. a) Justifie que l'équation (E) : $x \in]0 ; +\infty[, f(x) = 2022$, admet une solution unique β .

b) Justifie que : $\beta \in]0 ; 6[$

EXERCICE 5 (3points)

Sur un dé cubique non pipé l'une des faces est numérotée 1, n faces $(0 \leq n \leq 5)$ sont numérotées 2 et les faces restantes sont numérotées 3. Les faces d'un second dé cubique non pipé sont numérotées 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4 et 4. Les dés deux sont lancés simultanément.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des points marqués sur les faces supérieures.

1. Démontre que : $p(X = 6) = \frac{n+5}{36}$

2. on suppose que $n = 2$.

a) Détermine la loi de probabilité de X.

b) Justifie que l'espérance mathématique E(X) de X est égale à 5.

c) Calcule l'écart-type de X.

EXERCICE 6 (5 points)

Lors d'une recherche pour le cours de géographie, les élèves d'une classe de première scientifique d'un lycée découvrent une ville d'Afrique créée en 1960. La population de cette ville évolue selon une fonction croissante f telle que : $f(x) = \frac{60x+40}{x+10}$ où x est le nombre d'années écoulées depuis la fin de l'année 1960 et $f(x)$ est exprimée en dizaines de milliers d'habitants. Un élève de la classe affirme que la population de cette ville ne pourra jamais dépasser 600000 habitants mais certains élèves de la classe pensent le contraire. Une discussion s'engage entre eux.

En tant que major de ta classe en mathématiques, utilise tes connaissances mathématiques pour les départager.