



DUREE : 4H

ENSEIGNENT : M. LATHRO

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TD

Exercice 1 (2 points)

On donne les énoncés et les mots ou groupes mots : **une bijection, la puissance ; dérivable et indépendants.**
Écris le numéro de chaque énoncé suivi du mot ou du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que l'énoncé soit vrai.

N°	Énoncés
①.	Soit A et B deux événements d'un univers Ω muni d'une probabilité P. A et B sont.....si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
②.	Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle K. La fonction f réalise.....de K vers $f(K)$.
③.	Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle K et g une fonction dérivable sur un intervalle contenant $f(K)$. La fonction composée $g \circ f$ est.....sur K et on a: $(g \circ f)' = f' \times (g' \circ f)$.
④.	Pour tout p élément de \mathbb{Z}^* , q élément de \mathbb{N}^* et x élément de $]0; +\infty[$. On appelle x à..... $\frac{p}{q}$ le nombre réel, note $x^{\frac{p}{q}}$, défini par: $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations, une des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	Affirmations	A	B	C
①.	Soit f est une fonction d'un intervalle I sur intervalle J. Si f est continue et strictement décroissante sur I, alors sa bijection réciproque h est...	strictement décroissante sur I.	strictement décroissante sur J.	strictement croissante sur J.
②.	La limite de la fonction : $p: \sqrt{\frac{x+1}{2x+4}}$ en $+\infty$ est égale à.....	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
③.	La limite de la fonction $h: x \rightarrow \frac{\cos x - 1}{x}$ en 0 est égale à.....	$-\infty$	0	$+\infty$

④.	Si \mathcal{G} est une fonction non définie en a , et admettant une limite finie en a , alors :	\mathcal{G} est continue en a	\mathcal{G} n'est pas prolongeable par continuité en a .	\mathcal{G} est prolongeable par continuité en a
----	---	-----------------------------------	--	--

Exercice 3 (3 points)

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. Le cabinet effectue une sélection de candidats sur dossier.

Cinq (05) amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à 0,07.

On choisit au hasard le dossier d'un candidat et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.

- ①. Justifie que X suit une loi binomiale et précise les paramètres de cette loi.
- ②. Détermine la probabilité que deux exactement des 5 amis soient recrutés. On donnera le résultat à 10^{-3} près.
- ③. Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type

Exercice 4 (4 points)

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f définie par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a, b et c sont des nombres réels.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-9	$+\infty$	-1	$+\infty$	$+\infty$

- ①. Détermine par lecture du tableau de variation ci-dessus:
 - a) L'ensemble de définition (D_f) de f .
 - b) Les limites aux bornes de son ensemble de définition (D_f).
 - c) En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.
- ②. Détermine l'image par f de chacune des intervalles suivants:
 - a) $]3; +\infty[$; b) $] -1; 1[$; c) $] -\infty; -1[$ et d) $] 1; +\infty[$
- ③. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]3; +\infty[$.

④. Justifie que la restriction g de f à l'intervalle $[-1 ; 1]$ est une bijection dans intervalle I à préciser.

⑤. Sachant que: $a = 1 ; b = -6$ et $c = 4$. Justifie alors que la droite (D) d'équation: $y = x - 6$ est une asymptote oblique à (C_f) .

Exercice 5 (4 points)

Les résultats d'une étude présentés par l'Institut National de la Statistique révèlent :
45% de la population active sont des hommes.

25% des femmes et 20% des hommes de cette population active sont au chômage.

On interroge au hasard une personne.

1) Détermine les probabilités des évènements suivant :

a) H « Être un homme »

b) F « Être une femme »

c) « Être au chômage sachant qu'on est un homme »

d) « Être au chômage sachant qu'on est une femme »

2) Calcule la probabilité pour qu'un individu de cette population active interrogé au hasard soit au chômage.

3) Quelle est la probabilité que l'individu interrogé soit une femme sachant qu'il est au chômage ?

Exercice 6 (5 points)

En préparation d'un devoir de mathématiques, un groupe d'étude comportant trois élèves des noms de, Nobi, Fieni et Ogou ont calculé la limite en 0 d'une fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}.$$

Après calcul, Nobi a obtenu 1 ; Fieni a obtenu 0 et Ogou a obtenu $\frac{1}{2}$.

Une discussion a éclaté entre eux, pour savoir qui d'entre eux a raison, ils te sollicitent.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, dis qui des trois a raison.