

## Devoir n°1 de mathématiques

### Exercice 1

Pour chacune des propositions ci-dessous, trois réponses sont données, choisis la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses		
		a	b	c
1	$z = 5 - i\sqrt{2}$ a pour module	27	$\sqrt{27}$	$\sqrt{29}$
2	$z = -\sqrt{3} + i\sqrt{3}$ a pour argument	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$
3	$z = -2 \left( \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$ a pour argument	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
4	La forme exponentielle de $z = \frac{5\sqrt{3}}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$ est	$\frac{15}{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$	$\frac{5\sqrt{3}}{2} e^{i\frac{\pi}{6}}$	$\frac{5\sqrt{3}}{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$
5	$(1+i)^{72}$ est égal à:	$2^{72}$	$2^{36}$	0
6	On considère les points A(2+i) et B(2-4i). Le triangle OAB est:	Rectangle	Équilatéral	Isocèle
7	L'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie $ z - 1 + i  =  z + 2i $ est:	Un cercle	La médiatrice de [AB] avec A(-1+i) et B(2i)	La médiatrice de [AB] avec A(1-i) et B(-2i)

### Exercice 2

- Pour tout nombre complexe  $Z$ , on pose  $P(Z) = Z^3 - 7Z^2 + 19Z - 13$ .
  - Calculer  $P(1)$ .
  - Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $Z$  on a :  $P(Z) = (Z - 1)(Z^2 + aZ + b)$ .
  - Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation  $P(Z) = 0$ .
- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ .  
Soient les points A, B, C d'affixes respectives  $Z_A = 1$ ;  $Z_B = 3 - 3i$  et  $Z_C = 4 + 2i$ .
  - Placer les points A, B et C dans le repère  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ .
  - Déterminer la nature du triangle ABC.
  - Déterminer l'affixe  $Z_D$  du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
- Pour tout nombre  $Z \neq 3 - 3i$ , on pose  $f(Z) = \frac{Z-4-2i}{Z-3+3i}$ .

- (a) Vérifier que  $f(Z_D) = -i$  et interpréter graphiquement.
- (b) Déterminer et construire  $\Gamma_1$  l'ensemble des points  $M$  du plan d'affixe  $Z$  tel que  $|f(Z)| = 1$ .
- (c) Déterminer et construire  $\Gamma_2$  l'ensemble des points  $M$  du plan d'affixe  $Z$  tel que  $f(Z)$  soit imaginaire pur.
- (d) Déterminer et construire  $\Gamma_3$  l'ensemble des points  $M$  du plan d'affixe  $Z$  tel que  $|f(Z) - 1| = \sqrt{2}$ .

## Situation d'intégration

À sa mise en retraite, papa Ibrahima envisage aménager trois sites champêtres qu'il vient d'acheter pour y faire des cultures de haricot, maïs et manioc. Après consultation des experts il en ressort que dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  où les dimensions sont en Km.

- Le premier site sur lequel il envisage cultiver du haricot a la forme d'un disque dont le cercle passe par les points A et B et C d'affixes respectives  $z_A, z_B$  et  $z_C$  où  $z_A$  et  $z_B$  sont solution dans  $\mathbb{C}$  de l'équation (E1) :  $(iz + 3i + 3)^2 - 2(iz + 3i + 3) + 2 = 0$ ,  $z_B$  étant la solution ayant la plus petite partie réelle et  $z_C = 2z_B$ .
- Le deuxième site lequel il envisage cultiver le maïs a la forme d'un triangle EFG dont les affixes  $z_E, z_F$  et  $z_G$  sont solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation (E2) :  $z^3 + (-3 + 2i)z^2 + (7 - 12i)z - 21 + 18i = 0$  avec  $z_E$  la solution réelle.
- Le troisième site est l'ensemble  $E_3$  des points  $M$  d'affixes  $z$  tels que  $\left| \frac{z - z_R}{z - z_S} \right| = 2$  où  $z_R$  et  $z_S$  sont les racines carrées de  $3 + 4i$ ,  $z_R$  ayant pour partie réelle négative.

Il décide tout d'abord avant le début des travaux de les sécuriser à l'aide d'un grillage dont le mètre coûte 3500 FCFA.

1. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire du premier site ? Prendre  $\pi = 3,14$
2. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire du deuxième site ?
3. Combien devra dépenser papa Ibrahima pour l'achat du grillage nécessaire pour le troisième site ?

**BONNE INSPIRATION !!!**