

## Devoir n°3 de mathématiques

### Exercice 1

Pour chacune des fonctions suivantes donner l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  puis calculer les limites aux bornes de  $\mathcal{D}_f$ .

1.  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

2.  $f(x) = \frac{4-5x}{x^2+2x-3}$

3.  $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$

4.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$

5.  $f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{-x+2}$

### Exercice 2

Soit  $h$  la fonction numérique définie par :  $h(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

1. Déterminer le domaine de définition  $D_h$  de  $h$
2. Démontrer qu'il est possible de prolonger  $h$  par continuité en  $x = 0$
3. Soit  $g$  le prolongement par continuité de  $h$  en  $x = 0$ 
  - (a) Définir  $g$ .
  - (b) Préciser le domaine de définition  $D_g$  de  $g$ .

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ . On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O,I,J) d'unité 2 cm et ( $\Delta$ ) la droite d'équation  $y = -2x$ .

1. Préciser l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ .
2. a) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .  
 b) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)+x}}$ .  
 c) En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$  et interpréter le résultat obtenu.
3. a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) = 0$ .  
 b) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) > 0$  puis en déduire le signe de  $(f(x) + 2x)$ .  
 c) Interpréter les résultats obtenus en 3a et 3b.

## Situation d'intégration

Les élèves de Terminale s'exercent à la photographie au sein du club photo du lycée de Koupéla. On les informe qu'en photographie, la **profondeur de champ** correspond à la zone de l'espace dans laquelle doit se trouver le sujet à photographier pour en obtenir une image que l'oeil considérera nette.

En optique, pour que la netteté se tende d'une distance  $a$  à une distance  $r$ , la mise au point doit être faite à la distance :  $P = \frac{2ar}{a+r}$  (les distances sont exprimées en mètres).

Les élèves souhaitent que la netteté s'étende de '5m à l'infini'.

Un élève affirme alors que :  $P = 10 - \frac{50}{5+r}$ . Ce qui n'est pas de l'avis des autres.

Ensemble ils décident de vérifier cette formule et de faire des calculs pour déterminer la distance de mise au point à choisir quand l'objet s'éloigne.