



DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

(Calculatrices non autorisées)

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(o; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité $2cm$. On considère la courbe (C) , ensemble des

$$\text{points } M(t) \text{ de coordonnées : } \begin{cases} x(t) = 3\cos t - \cos 3t \\ y(t) = -2\sin 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1. Déterminer une période commune des fonctions x et x .
2. Comparer la position relative des points $M(t)$ et $M(t + \pi)$, puis $M(t)$ et $M(t - \pi)$. En déduire qu'on peut restreindre l'intervalle d'étude de (C) sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. (a) Déterminer les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$ puis montrer que $x'(t) = 6\sin t (2(\cos t)^2 - 1)$.
(b) En déduire le sens de variations des fonctions x et y sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
(c) Dresser le tableau de variations conjoint aux fonctions x et y
4. Tracer (C) en précisant les tangentes aux points de paramètres $\left(\frac{\pi}{3}\right)$

On prendra : $\sqrt{2} = 1,4$ et $\sqrt{3} = 1,7$.

Exercice 1

I. Soit la fonction g définie sur $]-\infty; 0]$ par $g(x) = \ln(1-x) - \frac{1}{x-1}$

1. (a) Calculer la limite de g en $-\infty$ et $g(0)$
(b) Déterminer le sens de variations de g sur $]-\infty; 0]$.
(c) Dresser le tableau de variations de g
2. Démontrer que pour tout $x \in]-\infty; 0]$; $g(x) > 0$.

II. Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-x+1}{x+1}, & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x, & \text{si } 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

1. Déterminer son ensemble de définition et les limites à ses bornes
2. On admet que f est continue en $x_0 = 0$. Étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$ puis interpréter les résultats.