IA DE FATICK — ANNEE SCOLAIRE : 2022/2023

LYCEE BLAISE SENE — CLASSE DE TS2

DEVOIR SURVEILLE N°1 DE MATHEMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

DUREE : 2H

EXERCICE 1 : 8points

Le tableau de variations ci-dessous est celui d'une fonction *f* continue et dérivable sur chaque intervalle de son ensemble de définition :

x	$-\infty$		-1		0		0		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$		$+\infty$	↘	$-\infty$

1) (a) Donner le domaine de définition D*f* de *f*.
   (b) Donner les limites de *f* aux bornes de son domaine de définition.
2) Donner les limites suivantes en justifiant les réponses
$(a)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(\sqrt{x})\ ;(b)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f\left(-1+\frac{1}{x}\right);(c)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5}{f(x)+3};(d)\ \lim\limits_{x\to+\infty} fof(x);\ (e)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{1}{\sqrt{x}})$
3) Déterminer le nombre de solutions dans D*f* de l'équation *f*(*x*) = −6.
   Justifier votre réponse.
4) (a) Montrer que l'équation *f*(*x*) = 0 admet une unique solution α dans D*f*.
   (b) En déduire le signe de *f*(*x*) suivant les valeurs de *x*.
5) Dresser le tableau de signe de f' la fonction dérivée de *f*.

EXERCICE 2 : 12points

I) 1) Enoncer correctement le théorème des valeurs intermédiaires.

2) Enoncer le théorème de la bijection.

II) 1) soit g la fonction définie par $g(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2$

(a) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.

(b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$.

(c) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

(d) Donner le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x^3+1}$

(a) Déterminer D_f puis calculer les limites de f aux bornes de D_f.

(b) Montrer que $\forall\, x \epsilon D_f$, $f'(x) = -\frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$

(c) Dresser le tableau de variations de f.

(d) Montrer que $f(x) = \frac{2}{3\alpha^2}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-1} $près$.

3) Soit h la restriction de f à l'intervalle $I =]-\infty; -1[$

Montrer que h est une bijection de l'intervalle I vers un intervalle J à préciser.