DRENA ABIDJAN 4
COMPOSITION GENERALE
SESSION DECEMBRE 2025

UP 13
DUREE : 04 heures
COEFFICIENT : 04

MATHEMATIQUES

Niveau : Terminale D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque exercice est indépendant.
L'usage de la calculatrice non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 — 02 points

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie **le numéro de la ligne** puis **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse. Aucune justification n'est demandée.

N°	Affirmations
1	Si X est une variable aléatoire définie sur un univers Ω, de fonction de répartition F et prenant pour valeurs les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 alors $F(2)= P(X=0)+ P(X=1)+ P(X=2)$.
2	Soit f une fonction. Si $\frac{x^2-6}{x^2+3} \leq f(x) \leq 3-\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ alors $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=3$
3	Deux évènements contraires sont incompatibles.
4	Soit g une fonction numérique dérivable sur un intervalle I. a et b sont deux éléments de I tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que pour tout x élément de $[a;b]$, $\lvert g'(x)\rvert \leq M$, alors $\lvert g(b)-g(a)\rvert \leq M\lvert b-a\rvert$.

EXERCICE 2 — 02 points

Pour chacun des énoncés incomplets suivants, trois réponses sont proposées et une seule est correcte. Ecris sur ta copie **le numéro de chaque ligne** et **la lettre** qui correspond à la réponse correcte.

N°	Enoncés incomplets		Réponses
1	Si f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x)= x^4$, alors sa courbe sa courbe représentative…	A	admet au point d'abscisse 1 un point d'inflexion
		B	n'admet pas de point d'inflexion
		C	admet au point d'abscisse 0 un point d'inflexion
2	Soit f et g deux fonctions. Si f est dérivable sur I et g est dérivable sur J tel que $I \subset J$ alors la fonction $g \circ f$ est dérivable sur I et on a : $(g \circ f)' = \ldots$	A	$f' \times g'$
		B	$g' \times f'$
		C	$f' \times (g' \circ f)$
3	Si X est une variable aléatoire de loi de probabilité x_i : -100 ; 0 ; 100 ; 200 $P(X=x_i)$: $\frac{5}{16}$; m ; $\frac{3}{16}$; $\frac{1}{16}$ alors…	A	$m=\frac{7}{16}$
		B	$m=\frac{15}{16}$
		C	$m=1$
4	a et b sont des nombres réels strictement positifs. $a=\sqrt[7]{b}$ équivaut à…	A	$b=\sqrt[7]{a}$
		B	$b^{\frac{1}{7}}=\sqrt[7]{a}$
		C	$b=a^7$

EXERCICE 3 — 03 points

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x^2-4}{3-\sqrt{-1-5x}}$

1) Justifie que l'ensemble de définition de f est $Df = \left]-\infty; -\frac{1}{5}\right] \setminus \{-2\}$
2) Calcule la limite de f en $-\infty$.
3) Démontre que la limite de f en -2 est égale à $-\frac{24}{5}$.
4) Déduis des questions précédentes que f admet en -2 un prolongement par continuité h que tu définiras.

EXERCICE 4 — 3 points

Des scientifiques participent à un séminaire sur le réchauffement climatique et ses conséquences sur les économies des pays.
Une enquête organisée par un organisme international a révélé que 75% des scientifiques croient au réchauffement climatique et parmi ceux-ci, il y a des écologistes.
Selon cette enquête :

- la probabilité qu'un scientifique qui croit au réchauffement climatique soit un écologiste est 0,6 ;
- la probabilité qu'un scientifique qui ne croit pas au réchauffement climatique ne soit pas un écologiste est 0,08.

  On choisit un scientifique au hasard ayant participé au séminaire et on désigne par :
  R l'évènement : « Le scientifique interrogé croit au réchauffement climatique »
  E l'évènement : « Le scientifique interrogé est un écologiste »

  1. a. Traduis cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
     b. Donne les probabilités suivantes : $P(R)$; $P_{\overline{R}}(\overline{E})$; $P_R(E)$.
  2. a. Calcule $P_R(\overline{E})$.
     b. Justifie que $P(\overline{R} \cap E) = 0{,}23$.
  3. a. Justifie que la probabilité qu'un scientifique interrogé soit un écologiste est 0,68.
     b. Un scientifique interrogé est un écologiste.
     Calcule la probabilité qu'il ne croit pas au réchauffement climatique. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

EXERCICE 5 — 5 points

On considère la fonction f définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x) = x^2 - \sqrt{x+1}$ de représentative graphique (C) dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). (Unité graphique : 1 cm).

1. a. Etudie la dérivabilité de f à droite de -1.
   b. Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
2. a. Calcule la limite de $f(x)$ en $+\infty$ et la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.
   b. Donne une interprétation graphique des résultats obtenus.
3. Soit g la fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par $g(x) = -1 + 4x\sqrt{x+1}$.
   a. Démontre que : $\forall x \in]-1;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$.

b. On admet que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $[-1;+\infty[$ avec

$$1{,}2 < \alpha < 1{,}3 \quad \text{et} \quad \begin{cases} \forall x \in [-1;\alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha;+\infty[\ , g(x) > 0 \end{cases}$$

Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

4. Détermine une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 3.
5. Démontre que $f(\alpha)=\alpha^2-\dfrac{1}{4\alpha}$
6. a. Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha;+\infty[$; démontre que h réalise une bijection de $[\alpha;+\infty[$ vers un intervalle K que tu détermineras. On note h^{-1} sa bijection réciproque.

   b. Calcule $h(3)$ et justifie que h^{-1} est dérivable en 7.

   c. Calcule $(h^{-1})'(7)$.
7. Construis (C) et (T) dans le même repère (O, I, J).

EXERCICE 6 — 05 points

A la veille des congés de noël, les élèves de terminale de ton établissement décident d'organiser une journée récréative. A cette journée, ils veulent organiser des jeux dont l'un se présente sous la forme suivante : dans une urne se trouvant dix jetons indiscernables au toucher dont 4 sont rouges, 2 sont verts, 3 sont blancs et 1 est noir. Le jeu consistera à miser 200F Puis à tirer au hasard un jeton de l'urne.

- Si le joueur tire un jeton vert, il gagne 1000 F et une enveloppe contenant un montant S.
- Si le joueur tire un jeton blanc, il gagne une enveloppe contenant une somme S.
- Si le joueur tire un jeton rouge, il paie 1000F aux organisateurs du jeu.
- Si le joueur tire le jeton noir, il remet dans l'urne et effectue un second tirage.
  - Si le nouveau jeton tiré est noir, il paie 300F aux organisateurs du jeu.
  - Dans les autres cas il gagne 200F.

Le président du conseil scolaire veut déterminer la valeur de la somme S à mettre dans les enveloppes pour que le gain moyen d'un joueur soit 2500F.

Ne sachant pas comment déterminer ce montant S, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques, trouve une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire.